Emmy Noether

Por

Hermann Weyl

Traducción de

Emilio Méndez Pinto

Emmy Noether

Por

Hermann Weyl

Traducción de

Emilio Méndez Pinto

Edición digital para la Biblioteca Digital del ILCE

Título original: Emmy Noether (1935)

[Discurso conmemorativo pronunciado en Goodheart Hall, Bryn Mawr College, el 26 de abril de 1935.]

Con profunda consternación, los amigos de Emmy Noether que vivimos en América nos enteramos de su repentino fallecimiento el domingo 14 de abril.[1] Parecía estar bien después de una operación por un tumor; pensamos que estaba en el camino a la convalecencia cuando una inesperada complicación la llevó repentinamente en el camino descendente a su muerte en pocas horas. Era un dechado tal de vitalidad, estuvo en la Tierra de manera tan firme y sana, con un cierto humor robusto y coraje por la vida, que nadie estaba preparado para esta eventualidad. Se encontraba en la cumbre de su poder creativo matemático; su imaginación de largo alcance y sus habilidades técnicas acumuladas por una experiencia continua, habían llegado a un balance perfecto; se había puesto ansiosamente a trabajar en nuevos problemas. Y ahora, de repente, el fin, su voz silenciada, su trabajo interrumpido abruptamente.

Abajo, abajo, abajo hacia la oscuridad de la tumba

Suavemente van los bellos, los tiernos, los amables;

Calladamente van los inteligentes, los ingeniosos, los valientes.

Lo sé. Pero no lo apruebo. Y no me resigno.

Un estado anímico de desafío similar al expresado en este “Canto fúnebre sin música” de Edna St. Vincent Millay se mezcla con nuestro duelo en esta hora cuando estamos reunidos para conmemorar a nuestra amiga, su vida, su trabajo, y su personalidad.

No soy capaz de decir mucho sobre la historia exterior de su vida; aparte de su hogar y de aquellos lugares en los que vivió y trabajó continuamente por décadas, no podría asegurarse la información necesaria. Nació el 23 de marzo de 1882 en el pequeño pueblo universitario de Erlangen, al sur de Alemania. Su padre fue Max Noether, él mismo un gran matemático que desempeñó un importante papel en el desarrollo de la teoría de funciones algebraicas como principal representante de la escuela algebraico-geométrica. Llegó a la Universidad de Erlangen como profesor de matemáticas en 1875, y estuvo ahí hasta su

[1] De 1935. Nota del Traductor.

muerte en 1921. Además de Emmy, en su hogar creció su hermano Fritz, dos años y medio menor. Dirigió su atención hacia las matemáticas aplicadas en años posteriores, fue hasta hace poco profesor en la Technische Hochschule en Breslau, y por el mismo destino que culminó con la carrera de Emmy en Gotinga se ve ahora expulsado al Instituto de Investigación de Matemáticas y Mecánica en Tomsk, Siberia. La familia Noether es un notable ejemplo de la naturaleza hereditaria del talento matemático, cuya ilustración más brillante es la dinastía hugonote de Basilea de los Bernoullis.

Lado a lado con Noether obró como matemático en Erlangen el cercano amigo Gordan, vástago de la escuela de Clebsch, como Noether. Gordan había llegado a Erlangen poco antes, en 1874, y también estuvo asociado con tal universidad hasta su muerte en 1912. Emmy escribió su tesis doctoral bajo su dirección en 1907: "Sobre sistemas completos de invariantes para formas bicuadráticas ternarias", completamente en línea con el espíritu de Gordan y sus problemas. El *Mathematische Annalen* contiene un detallado obituario de Gordan y un análisis de su trabajo escrito por Max Noether con la colaboración de Emmy. Además de su padre, Gordan debió haber sido, de cerca, una de las figuras más familiares en la vida temprana de Emmy, primero como amigo de la casa, luego también como matemático; Emmy le tuvo una profunda reverencia, aunque su propio gusto matemático pronto se desarrolló en una dirección muy distinta. Recuerdo que su retrato decoraba la pared del estudio de Emmy en Gotinga. Estos dos hombres, el padre y Gordan, determinaron la atmósfera en la que creció. Por lo tanto, me aventuraré a describirlos con unos pocos trazos.

Riemann había desarrollado la teoría de funciones algebraicas de una variable y sus integrales, las llamadas integrales abelianas, mediante un método trascendental función-teorético que descansaba en el principio mínimo de la teoría del potencial que nombró por Dirichlet, y había descubierto los fundamentos puramente topológicos de las relaciones función-teoréticas de variedades que gobiernan este dominio. (Una prueba rigurosa del principio de Dirichlet, que parecía tan evidente desde el punto de vista del físico, fue ofrecida por Hilbert sólo cerca de cincuenta años después.) Quedaba la tarea de remplazar y asegurar sus pruebas existenciales trascendentales por la construcción algebraica explícita que comenzara con la ecuación de la curva algebraica. Weierstrass resolvió este problema (en sus lecciones publicadas a detalle sólo más tarde) en su propio modo medio función-teorético, medio algebraico, pero Clebsch había introducido las ideas de Riemann en la teoría geométrica de curvas algebraicas y [Max] Noether se convirtió, después de la temprana muerte de Clebsch, en su ejecutor en esta materia: consiguió erigir toda la estructura de la geometría algebraica de curvas sobre la base del llamado teorema residual de Noether. Esta línea de investigación fue más tarde retomada principalmente en Italia; la veta que encendió Noether sigue siendo una primavera de investigaciones brotando profusamente; entre nosotros, hombres como Lefschetz y Zariski dan testimonio de ello. Después surgió, además del método trascendental de Riemann y del método algebraico-geométrico de Noether, una teoría aritmética de funciones algebraicas debida a Dedekind y a Weber, por un lado, y a Hensel y a Landsberg, por el otro. Emmy Noether estuvo cercana a esta tendencia de pensamiento. Un breve reporte sobre la teoría aritmética de funciones algebraicas que hace paralelas las correspondientes nociones en las teorías que compiten con ella, fue publicado por Emmy en 1920 en el *Jahresbenchte der Deutschen Mathematikervereinigung*. De este modo suplementó el bien conocido reporte de Brill y su padre sobre la teoría algebraico-geométrica que había aparecido en 1894 en uno de los primeros volúmenes del *Jahresberichte*. El teorema residual de Noether fue posteriormente acomodado por Emmy en su teoría general de ideales en anillos arbitrarios. Esta afinidad científica entre padre e hija – quien de algún modo se convirtió en su sucesor en álgebra, pero se mantiene a su lado independiente en su actitud fundamental y en sus problemas – es algo extremadamente bello y gratificante. El padre fue – tal es la impresión que me dejan sus artículos e incluso más las muchas biografías de obituarios que escribió para el *Mathematische Annalen* – un hombre muy inteligente y armonioso, de corazón cálido, con muchos intereses y una excelente educación.

Gordan tenía un sello distinto. Un tipo raro, impulsivo y unilateral. Un gran paseante y hablante – le gustaba ese tipo de paseo que frecuentemente se interrumpe por una parada en una cervecería o en un café. Ya sea con amigos, y después acompañando sus discusiones con violentas gesticulaciones, desconsiderando completamente su entorno, o solo, después murmurándose y ponderando problemas matemáticos; o, si estaba en un estado de ánimo más ocioso, realizando de memoria largos cálculos numéricos. Siempre quedaba algo en él del eterno "Bursche" del tipo 1848 – un aire de vestimenta descuidada, de cerveza y tabaco, no obstante aliviado por un agudo sentido del humor y por una fuerte pizca de ingenio. Cuando tenía que escuchar a otros, ya sea en las aulas o en reuniones, siempre estaba medio dormido. Como un matemático, no del rango de Noether, y de un tipo esencialmente distinto. El mismo Noether concluye la caracterización que hizo de él con la breve oración: “Er war ein Algorithmiker.” [“Era un calculador.”] Su fuerza descansaba en la invención y en la ejecución calculadora de procesos formales. Existen artículos suyos en los que veinte páginas de fórmulas no se ven interrumpidas por una sola palabra de texto; se dice que, en todos sus artículos, él mismo sólo escribía las fórmulas, y que sus amigos añadían el texto. Noether dice de él: “La fórmula siempre y en todas partes fue el soporte indispensable para la formación de sus pensamientos, de sus conclusiones y de su modo de expresión…. En sus lecciones evitó cuidadosamente cualquier definición fundamental de tipo conceptual, incluso la del límite.”

También él había sido uno de los más íntimos colaboradores de Clebsch, había escrito con Clebsch su libro sobre integrales abelianas; después se movió a la teoría de invariantes siguiendo su talento formal; ahí contribuyó considerablemente al desarrollo del llamado método simbólico, y finalmente consiguió probar, por medio de este método computacional de construcción explícita, la finitud de una base integral racional para invariantes binarios. Años después, Hilbert demostró el teorema de manera mucho más general para un número arbitrario de variables – mediante un enfoque totalmente nuevo, las características especies de métodos hilbertianas, poniendo de lado todo el aparato de tratamiento simbólico y atacando la cosa en sí misma tan directamente como sea posible. *Ex ungue leonem*[2] – el joven león Hilbert mostró sus garras. Al principio, no obstante, fue sólo una prueba existencial que no proporcionaba ninguna construcción algebraica finita real. De aquí la característica exclamación de Gordan: “¡Esto no es matemática, sino teología!” ¡Qué habría dicho sobre la posterior “teología” de su antigua alumna Emmy Noether, que aborrecía todo cálculo y operaba en un aire de abstracción mucho más delgado del que Hilbert se atrevió jamás!

Gordan una vez encontró una analogía formal entre los invariantes binarios y el esquema de los enlaces de valencia en la química – la misma analogía que había

[2] Por sus garras podemos juzgar al león. Nota del Traductor.

sorprendido a Sylvester muchos años antes al pensar en una ilustración de la teoría de invariantes apropiada para una audiencia de legos; es el tema del artículo de Sylvester en el primer volumen del *American Journal of Mathematics*, fundado por él en Johns Hopkins. Gordan no parece haber estado al tanto de su predecesor. De cualquier modo, su pequeño descubrimiento lo llevó a proponer el establecimiento de los asientos para una nueva ciencia, "la química matemática", por todas las universidades alemanas; menciono esto como un incidente que muestra su impetuosidad y su falta de control. Por cierto, la mecánica cuántica moderna recientemente ha cambiado esta analogía por una verdadera teoría que revela a los invariantes binarios como la herramienta matemática para describir los diversos estados de valencia de una molécula en el espacio-espín.

El meteoro Felix Klein, cuyo genio matemático se encendió por la colisión de los mundos de ideas de Riemann y Galois, rozó Erlangen antes de que Emmy naciera; ahí promulgó su "Erlanger Programm", aunque pronto se movió a Múnich. En él se inspiró Gordan para aquellas investigaciones teóricas sobre los invariantes que se centraban alrededor del libro de Klein sobre el icosaedro y en cuestiones adjuntas en la teoría de ecuaciones algebraicas. Incluso después de su separación local, ambos continuaron con su intensa cooperación – un extraño equipo contrastante si uno piensa en el tipo formal de Gordan y en el tipo de Klein, completamente orientado por la intuición. El problema general en el fondo de sus empeños, el problema de la forma de Klein, ha seguido vivo hasta nuestros días, y muy recientemente ha recibido un nuevo tratamiento de gran alcance por haberle aplicado, de manos del Dr. Brauer, los métodos de sistemas de números hipercomplejos y sus representaciones, que formaron el principal campo de las actividades de Emmy Noether durante los últimos seis o siete años.

Es suficientemente extraño que un formalista como Gordan fuese el matemático desde el que salió la órbita matemática de Emmy; es difícilmente imaginable un mayor contraste que el que existe entre su primer artículo, su disertación, y sus trabajos de madurez; pues el primero es un ejemplo extremo de computaciones formales y los últimos constituyen un ejemplo extremo y grandioso de pensamiento axiomático conceptual en las matemáticas. Su tesis termina con una tabla del sistema completo de formas covariantes para una cuártica ternaria dada consistente en no menos que 331 formas en representación simbólica. Es un trabajo imponente; pero me temo que hoy en día estaríamos inclinados a clasificarlo entre aquellos logros con respecto a los cuales el propio Gordan alguna vez dijo, cuando se le preguntó sobre el uso de la teoría de invariantes: “Oh, en realidad es muy útil; uno puede escribir muchas tesis sobre ella.”

No es del todo fácil evocar, ante una audiencia americana, una imagen genuina del estado de la vida alemana en el que creció Emmy Noether en Erlangen; quizá la propia generación actual en Alemania se encuentre incluso más lejos de tal estado de vida. La gran estabilidad de la vida burguesa se vio, en su caso, acentuada por el hecho de que Noether (y también Gordan) se establecieron en una universidad por un largo e ininterrumpido periodo. Uno puede atreverse a agregar que el tiempo de los propios impulsos primarios de su producción se había ido, aunque sin duda siguieron siendo matemáticos productivos; también en este aspecto, la atmósfera alrededor de Emmy estuvo ciertamente teñida por una tranquila uniformidad. Además, a la imagen pertenecen los muy apreciados valores espirituales, así como una gran solidez en su reconocimiento; valores espirituales basados en una sólida educación, en un profundo y genuino interés activo en los más altos logros de la cultura intelectual, y en una facultad muy desarrollada de disfrutarlos. En el hogar de los Noether debió prevalecer una vida familiar particularmente cálida y amigable. La misma Emmy Noether fue, si se me permite decirlo, cálida como una barra de pan. De ella irradiaba una calidez abierta, consoladora, y vital. Nuestra generación acusa a tal época de carecer de toda sinceridad moral, de esconderse detrás de su comodidad y de su paz burguesas, y de ignorar las profundas y creativas terribles fuerzas que en realidad dan forma al destino del hombre; más todavía, de cerrar sus ojos ante el contraste entre el espíritu de la verdadera cristiandad que se confesaba, y la vida privada y pública que realmente se vivía. Nietzsche surgió en Alemania como un gran despertador. Apenas es posible exagerar la importancia que Nietzsche (a quien, por cierto, Noether conoció en Engadina) tuvo en Alemania para el cabal cambio en la atmósfera moral y mental. Pienso que Nietzsche estaba fundamentalmente en lo cierto – y no obstante, no debe negarse que en amplios círculos en Alemania, como con los Noether, la estima que se tenía por los bienes espirituales, la cultura intelectual, el buen corazón, y la calidez humana era completamente genuina – a pesar de su sentimentalismo, su wagnerianismo, y sus sofás de lujo.

De niña, Emmy Noether colaboró con las tareas domésticas de limpieza y cocina, y asistió a bailes; y parece que su vida habría sido la de una mujer ordinaria si no hubiese sucedido que, justo en ese tiempo, en Alemania se hiciera posible que una joven siguiese una carrera científica sin encontrar una resistencia demasiado marcada. No había nada rebelde en su naturaleza; estaba dispuesta a aceptar las condiciones tal como eran. Pero ahora se había vuelto una matemática. Su dependencia en Gordan no duró mucho; fue un punto de partida importante, pero no ejerció una duradera influencia científica sobre ella. Sin embargo, el aire matemático de Erlangen pudo haber sido responsable de hacer de ella una algebrista. Gordan se retiró en 1910; le siguió primero Erhard Schmidt, y al año siguiente Ernst Fischer. El campo de Fischer también era el álgebra, en particular la teoría de eliminación y la de invariantes. Sobre Emmy Noether ejerció, creo, una influencia más penetrante que la que tuvo Gordan. Bajo su dirección se logró la transición del punto de vista formal de Gordan al método de aproximación de Hilbert. En sus artículos, Emmy se refiere una y otra vez a conversaciones con Fischer. Esta época se extiende hasta alrededor de 1919. El principal interés se concentra en bases racionales finitas e integrales; Emmy ofrece la prueba de finitud para los invariantes de un grupo finito (sin recurrir al teorema de base general de Hilbert para los ideales), para invariantes restringidos a coeficientes integrales, y finalmente ataca la misma cuestión junto con la cuestión de una base mínima consistente en elementos independientes para campos de funciones racionales.

Ya en Erlangen, alrededor de 1913, Emmy daba lecciones ocasionalmente, sustituyendo a su padre cuando éste se enfermaba. Debió de haber ido a Gotinga también por esas fechas, aunque supongo que sólo durante una visita con su hermano Fritz. Al menos lo recuerdo a él mucho mejor que a ella durante mi estancia como *Privatdozent* de Gotinga, 1910-1913. Durante la guerra, en 1916, Emmy vino a Gotinga para siempre; fue gracias a la influencia directa de Hilbert y de Klein que se quedó. En ese tiempo, Hilbert tenía la cabeza y las orejas puestas en la teoría general de la relatividad, y también para Klein la teoría de la relatividad y su conexión con sus viejas ideas del programa de Erlangen trajeron la última llamarada de sus intereses matemáticos y de su producción matemática. El segundo volumen de su historia de las matemáticas en el siglo diecinueve da cuenta de ello. Emmy fue bienvenida tanto por Hilbert como por Klein, pues fue capaz de ayudarlos por su conocimiento de la teoría de invariantes. Para dos de las partes más significativas de la teoría general de la relatividad, Emmy ofreció, para entonces, la genuina y universal formulación matemática: Primero, la reducción del problema de invariantes diferenciales a un problema puramente algebraico mediante el uso de "coordenadas normales"; segundo, las identidades entre los lados izquierdos de las ecuaciones de Euler de un problema de variación, que ocurren cuando la integral (múltiple) es invariante con respecto a un grupo de transformaciones involucrando funciones arbitrarias (identidades que contienen el teorema de conservación de la energía y del momentum en el caso de invariancia con respecto a transformaciones arbitrarias de las cuatro coordenadas del mundo).[3]

Todavía durante la guerra, Hilbert intentó conseguir la "Habilitation" de Emmy Noether en la Facultad Filosófica de Gotinga. No lo consiguió, debido a la resistencia de los filólogos y de los historiadores. Es consabida la anécdota de que Hilbert apoyó su aplicación declarando en el encuentro de la facultad: "No veo que el sexo del candidato sea un argumento en contra de su admisión como *Privatdozent*. Después de todo, somos una universidad, y no un balneario." Probablemente, esta observación provocó todavía más a los adversarios. No obstante, Emmy pudo dar lecciones en Gotinga, que se anunciaban bajo el nombre de Hilbert. Pero en 1919, después del final de la guerra y de que la proclamación de la República Alemana había cambiado las condiciones, se hizo posible su Habilitation. En 1922 siguió su nominación como "*nichtbeamteter ausserordentlicher Professor*"; éste era un mero título que no conllevaba obligaciones ni salario. Sin embargo, se le encomendó un "*Lehrauftrag*" para álgebra, que suponía una modesta remuneración.

Durante los salvajes tiempos después de la Revolución de 1918, Emmy no se mantuvo al margen de la agitación política, y se puso más o menos del lado de los socialdemócratas; sin pertenecer realmente al partido, participó intensamente en las discusiones de los problemas políticos y sociales de la época. Una de sus primeras alumnas, Grete Hermann, perteneció al círculo filosófico-político de [Leonard] Nelson en Gotinga. Apenas es imaginable hoy en día qué tan dispuestas a un nuevo comienzo estaban las generaciones jóvenes en Alemania de ese entonces, en intentar reconstruir Alemania, Europa, la sociedad en general, sobre las bases de la razón, la humanidad, y la justicia.

[3] Este es el justamente célebre *principio de Noether*. Nota del Traductor.

Pero, ¡ay! El ánimo entre los jóvenes académicos muy pronto viró; durante las luchas que sacudieron a Alemania en los siguientes años y que tomaron la forma de guerra civil por aquí y por allá, los encontramos casi siempre del lado de las fuerzas reaccionarias y nacionalistas. Por encima de todo, el responsable de esto fue el incumplimiento de la promesa, por parte de los aliados, de los catorce puntos de Wilson, y el hecho de que la Alemania republicana sintió el puño de los victoriosos no menos fuerte de lo que lo habría sentido el Reich imperial; en particular, la juventud estaba amargada por la difamación nacional añadida a la ejecución de un severo tratado de paz. Fue entonces que se perdió la gran oportunidad para la pacificación de Europa, y se sembró la semilla para el desastroso desarrollo del que somos testigos. En los últimos años, Emmy Noether no participó en asuntos políticos. Sin embargo, siempre fue una pacifista convencida, una postura que consideraba muy importante y seria.

En la modesta posición de "*nicht-beamteter ausserordentlicher Professor*", Emmy trabajó en Gotinga hasta 1933, durante los últimos años en el nuevo y bello Instituto Matemático que se había erigido en Gotinga principalmente por la energía de Courant y por la generosa ayuda financiera de la Fundación Rockefeller. Tengo un vívido recuerdo de ella cuando yo estaba en Gotinga como profesor visitante en el semestre de invierno de 1926-1927, y diserté sobre representaciones de grupos continuos. Ella estaba entre la audiencia; justo en ese tiempo, los sistemas de números hipercomplejos y sus representaciones habían capturado su interés, y recuerdo muchas discusiones cuando regresaba a casa después de las disertaciones, con ella y con von Neumann, quien estaba en Gotinga como becario de la Fundación Rockefeller, por las frías, sucias, y mojadas calles de Gotinga. Cuando en 1930 fui llamado a Gotinga de manera permanente, intenté seriamente que el Ministerio le ofreciera una mejor posición, porque me avergonzaba ocupar una posición tan privilegiada al lado de ella, quien sabía que era mi superior como matemática en muchos aspectos. No lo conseguí, ni tampoco un intento por que fuese elegida como miembro del Göttinger Gesellschaft der Wissenschaften. La tradición, el prejuicio, y consideraciones externas inclinaron la balanza en contra de sus méritos científicos y de su grandeza científica, para ese entonces no negada por nadie. Durante mis años en Gotinga, 1930-1933, ella fue sin duda alguna el mayor centro de actividad matemática ahí, considerando tanto la fertilidad de su programa de investigación científica como su influencia sobre un gran círculo de alumnos.

El desarrollo hacia su gran maestría independiente que admiramos hoy fue relativamente lento. Una maduración tan tardía es un fenómeno raro en las matemáticas; en la mayoría de los casos, los grandes impulsos creativos se presentan durante la juventud temprana. Sophus Lie, como Emmy Noether, es una de las pocas grandes excepciones. No fue sino hasta 1920, trece años después de su promoción, que apareció en *Mathematische Zeitschrift* aquel artículo suyo escrito con Schmeidler, "Über Moduln in nicht-kommutativen Bereichen, insbesondere aus Differential- und Differenzen-Ausdrücken" ["Sobre módulos en campos no-conmutativos, especialmente desde expresiones diferenciales y de diferencia"], que parece marcar el punto de inflexión decisivo. Es aquí que por primera vez aparece la Emmy Noether que todos conocemos, y que mediante su trabajo cambió la cara del álgebra. Por encima de todo, se hace primero notable su modo de pensar axiomático conceptual en el álgebra en este artículo que trata de los operadores diferenciales tal como hoy se emplean comúnmente en la mecánica cuántica. Al ejecutarlos uno después de otro, su composición, que puede interpretarse como un tipo de multiplicación, no es conmutativa. Pero, en lugar de operar con las expresiones formales, las simples propiedades de las operaciones de adición y multiplicación a las que se prestan están formuladas como axiomas desde el comienzo de la investigación, y estos axiomas después forman la base de todo razonamiento posterior. Desde entonces, un procedimiento similar ha permanecido como típico de Emmy Noether. Más tarde intentaré caracterizar este mundo del álgebra como un todo en el que fue puesta la escena de sus actividades matemáticas.

No menos característico de Emmy fue su colaboración con otros, en este caso con Schmeidler. Supongo que Schmeidler dio tanto como recibió en esta cooperación. Sin embargo, en años posteriores, Emmy Noether actuó frecuentemente como el verdadero originador; fue muy generosa en compartir sus ideas con otros. Tenía muchos alumnos, y uno de los métodos principales de su investigación consistía en exponer sus ideas en un estado aún sin terminar, y después discutirlas con sus alumnos. A veces dictaba el mismo tema un semestre después de otro, adquiriendo el tema cada vez una forma mejor ordenada y más unificada, y desde luego ganando sustancia en los resultados. Es obvio que este método a veces ponía enormes demandas sobre su audiencia. En general, sus lecciones no eran ciertamente buenas en aspectos técnicos. Pues era muy errática y le importaban muy poco las formas agradables y bien arregladas. Y, con todo, era una profesora inspirada; aquel que pudiese ajustarse completamente a ella, le aprendería mucho. Su importancia para el álgebra no puede colegirse sólo desde sus artículos; poseía un gran poder estimulante y muchas de sus sugerencias obtuvieron una forma final sólo en los trabajos de sus alumnos o de sus compañeros de trabajo. Una gran parte de lo que está contenido en el segundo volumen del "Álgebra moderna" de van der Waerden debe considerarse de su propiedad. Lo mismo es cierto para algunas partes del recién publicado libro de Deuring sobre álgebras en las que ella colaboró intensamente. Hasse reconoce que debe a observaciones casuales de Emmy Noether la sugerencia para sus bellos artículos sobre la conexión entre cantidades hipercomplejas y la teoría de campos de clases. Ella podía simplemente hacer una clarividente observación como esta: "El símbolo de resta normal no es nada más que álgebra cíclica" a su lapidaria y profética manera, desde su poderosa imaginación que daba en el blanco la mayor parte del tiempo y ganaba fuerza con el transcurrir de los años; y tal observación podía después volverse una señalización a la que dirigir trabajos futuros. Y uno no puede colegir el alcance de sus logros sólo a partir de los resultados individuales de sus artículos: Emmy originó, por encima de todo, un nuevo estilo de pensar el álgebra que hizo época.

Emmy vivió en cercana comunión con sus alumnos; los amaba, y estuvo interesada en sus asuntos personales. Cultivaron una familia algo ruidosa y tormentosa, "los chicos Noether", como los llamábamos en Gotinga. Entre sus alumnos propiamente dichos puedo nombrar a Grete Hermann, Krull, Holzer, Grell, Koethe, Deuring, Fitting, Witt, Tsen, Shoda, Levitzki. F. K. Schmidt está fuertemente influido por ella, principalmente por la mediación de Krull. Van der Waerden llegó a ella desde Holanda como un matemático más o menos completo y con ideas propias; pero aprendió de Emmy Noether el aparato de nociones y el tipo de pensamiento que le permitieron formular sus ideas y resolver sus problemas. Artin y Hasse están a su lado como dos mentes independientes cuyo campo de producción toca cercanamente al de Emmy, aunque ambos tienen una textura aritmética más fuerte. Es sobre todo con Hasse con quien Emmy colaboró muy cercanamente durante sus últimos años. Desde distintos lados, Richard Brauer y ella lidiaron con los problemas estructurales más profundos de las álgebras, ella con un espíritu más abstracto, y Brauer, educado en la escuela del gran algebrista I. Schur, de manera más concreta, operando con matrices y representaciones de grupos; esto también condujo a una cooperación extremadamente fértil. Emmy tuvo una amistad muy estrecha con Aleksandroff en Moscú, quien frecuentemente venía a Gotinga como invitado. Creo que el modo de pensar de Emmy tuvo alguna influencia sobre las investigaciones topológicas de Aleksandroff. Alrededor de 1930, Emmy pasó un semestre en Moscú, y ahí también estuvo en cercano contacto con Pontrjagin. Antes de eso, en 1928-1929, había dado clases un semestre en Frankfurt mientras Siegel daba una serie de clases como visitante en Gotinga.

En la primavera de 1933, la tormenta de la Revolución Nacional estalló sobre Alemania. La Göttinger Mathematisch-Naturwissenschaftliche Fakultät, en cuya construcción y consolidación habían trabajado Klein y Hilbert por décadas, fue golpeada hasta sus raíces. Después de un interregno de un día por parte de [Otto] Neugebauer, tuve que asumir la dirección del Instituto Matemático. Pero a Emmy Noether, así como a muchos otros, se le prohibió participar en toda actividad académica, y finalmente le retiraron su *venia legendi* y su "*Lehrauftrag*", junto con el salario que conllevaba. Un tiempo de lucha tan tormentoso como este que vivimos en Gotinga en el verano de 1933 acerca a las personas; es por ello que tengo un recuerdo particularmente vívido de estos meses. El coraje, la franqueza, la despreocupación por su propio destino, y el espíritu conciliador de Emmy Noether fueron, en medio de todo el odio y la mezquindad, la desesperación y el dolor que nos rodeaban, un consuelo moral. Por supuesto que se intentó influir en el Ministerio y en otros cuerpos responsables e irresponsables, pero poderosos, a fin de salvar su posición. Supongo que difícilmente hubo en algún otro caso tal montón de testimonios entusiastas ante el Ministerio como el que hubo a favor de Emmy. En ese tiempo realmente peleamos; todavía había esperanza de que lo peor pudiera evitarse. Fue en vano. Franck, Born, Courant, Landau, Emmy Noether, Neugebauer, Bernays y otros – eruditos sobre los que la universidad había estado orgullosa – tuvieron que irse porque se les quitó la posibilidad de trabajar. ¡Gotinga se dispersó por los cuatro vientos! Este destino llevó a Emmy Noether a Bryn Mawr, y el poco tiempo que enseñó ahí y como invitada en nuestro Instituto de Estudios Avanzados en Princeton está demasiado fresco en nuestra memoria como para hablar de él. No guardó ningún rencor en contra de Gotinga y de su patria por lo que le habían hecho. No rompió amistad alguna por disensiones políticas. Incluso el último verano regresó a Gotinga, y vivió y trabajó ahí como si todas las cosas fuesen como antes. Estaba sinceramente alegre de que Hasse estuviera intentando con éxito reconstruir la vieja, honorable y orgullosa tradición matemática de Gotinga incluso ante el cambio de las circunstancias políticas. Pero Emmy se había ajustado con perfecta facilidad a su nuevo ambiente americano, y sus mujeres estudiantes de acá estaban tan cerca de su corazón como lo habían estado los chicos Noether en Gotinga. Era feliz en Bryn Mawr, y en realidad quizá nunca antes en su vida había recibido tantas señales de respeto, simpatía, y amistad como las que le fueron otorgadas durante su último año y medio en Bryn Mawr. Ahora estamos ante su tumba.

No será olvidado lo que América hizo por Emmy Noether y por la ciencia alemana en general durante estos dos últimos años llenos de tensión.

Si este bosquejo de su vida ha de ser seguido por una breve sinopsis de su trabajo y de su personalidad humana y científica, debo intentar trazar en pocas líneas la escena de su trabajo: el mundo del álgebra. El sistema de los números reales, de tanta importancia para toda la matemática y la física, se asemeja a una cabeza de Jano con dos caras: en un aspecto es el campo de las operaciones algebraicas + y ×, y sus inversiones.[4] En el otro aspecto es una variedad continua, cuyas partes están continuamente conectadas entre sí. La primera es la cara algebraica de los números; la segunda, la cara topológica. La axiomática moderna, resuelta como es y por tanto con aversión hacia esta extraña mezcla de guerra y paz (en este aspecto distinta a la política moderna), separó cuidadosamente ambas partes.

Así, el algebrista puro no puede hacer nada con sus números excepto realizar sobre ellos las cuatro especies: adición, sustracción, multiplicación, y división. Para él, por lo tanto, un conjunto de números está cerrado, no tiene medio alguno para ir más allá de él cuando estas operaciones, aplicadas a cualesquiera dos números del conjunto, llevan siempre otra vez a un número del mismo conjunto. A tal conjunto se le llama un dominio de racionalidad o un campo. El campo más simple es el conjunto de todos los números

[4] Esto es, la resta y la división, respectivamente. Nota del Traductor.

racionales. Otro ejemplo es el conjunto de los números de la forma $a+b\sqrt{2}$, donde a y b son racionales, el llamado campo de números algebraicos $(\sqrt{2})$. El problema clásico del álgebra es la solución de una ecuación algebraica $f(x)=0$ cuyos coeficientes pueden yacer en un campo *K*, por ejemplo, el campo de los números racionales. Conociendo una raíz δ de la ecuación, uno conoce al mismo tiempo todos los números que surgen desde δ (y los números de *K*) por medio de las cuatro especies: forman el campo algebraico $K(\delta)$ que comprende a *K*. Dentro de este campo numérico $K(\delta)$, δ misma desempeña el papel de un número determinante desde el que pueden derivarse racionalmente todos los otros números. Pero muchos, casi todos, los números de $K(\delta)$ pueden tomar el lugar de δ en este aspecto. Por lo tanto, constituye un gran avance el remplazar el estudio de la ecuación $f(x)=0$ por el estudio del campo $K(\delta)$. De este modo extinguimos rasgos no esenciales, tomamos uniformemente en cuenta todas las ecuaciones que surgen de $f(x)=0$ mediante transformaciones racionales de la incógnita *x*, y remplazamos una fórmula, la ecuación $f(x)=0$, que podría seducirnos hacia cálculos ciegos, por una noción, la noción del campo que puede obtenerse sólo de un modo conceptual.

Dentro del sistema de los números *integrales* [números enteros], las operaciones de adición, sustracción, y multiplicación sólo permiten un desempeño ilimitado; la división debe cancelarse. A tal dominio se le llama un dominio de integridad o un *anillo*. Ya que la noción de [número] entero es característica de la teoría de números, uno puede decir: la teoría de números trata de anillos en lugar de campos. Los polinomios de una variable o incógnita *x* son igualmente tal dominio de cantidades como el que describimos para formar un anillo; los coeficientes de los polinomios podrían restringirse aquí a un campo numérico o a un anillo dado. El álgebra no interpreta al argumento *x* como una variable que varía sobre un rango continuo de valores; lo ve como una incógnita, un símbolo vacío que sirve sólo para soldar los coeficientes del polinomio en una expresión unificada que de manera natural sugiere las reglas de adición y multiplicación. La declaración de que un polinomio desaparece significa que todos sus coeficientes son cero, más que que la función toma el valor de cero para todos los valores de la variable independiente. No está prohibido sustituir una incógnita *x* por un número o por un polinomio de una o varias otras incógnitas *y*, *z*,…;

sin embargo, este es un proceso formal que proyecta fielmente el anillo de polinomios de x sobre el anillo de números o de polinomios en y, z,…. Fielmente; eso significa preservar todas las relaciones racionales expresables en términos de las operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación.

Además de la adjunción de incógnitas, el álgebra conoce otro procedimiento para formar nuevos campos o anillos. Sea p un número primo, por ejemplo, 5. Tomamos los [números] enteros ordinarios, acordando, sin embargo, el considerar números como iguales cuando sean congruentes módulo p, i. e., cuando den el mismo residuo bajo la división por p. Esto puede ilustrarse enrollando la línea de números sobre un círculo de circunferencia p. Entonces surge un campo peculiar consistiendo sólo en p elementos distintos. Al *número primo* le corresponde, dentro del anillo de polinomios de una sola variable x (con coeficientes numéricos tomados desde un campo numérico K dado), el *polinomio primo* $p(x)$. Al considerar dos polinomios iguales que son congruentes módulo un polinomio primo $p(x)$ dado, el anillo de todos los polinomios se transforma en un *campo* que posee exactamente las mismas propiedades algebraicas que el campo numérico $K(\delta)$ que surge del subyacente campo numérico K al adjuntar una raíz δ de la ecuación $p(x) = 0$. Pero el proceso presente continúa dentro del álgebra pura sin requerir solución de una ecuación $p(x) = 0$, que en realidad es insoluble en K. Esta interpretación de los campos numéricos algebraicos $K(\delta)$ fue ofrecida por Kronecker después de que Cauchy ya hubiera fundado el cálculo con el número imaginario i sobre esta idea.

De este modo se llegó a erigir por grados al álgebra de una manera puramente axiomática. Podría mencionarse toda una colección de grandes nombres matemáticos que iniciaron y desarrollaron esta tendencia axiomática: después de Kronecker y Dedekind, E. H. Moore en América, Peano en Italia, Steinitz, y, sobre todo, Hilbert, en Alemania. Ahora un campo es un reino de elementos, llamados números, dentro del cual dos operaciones, + y ×, están definidas, satisfaciendo los axiomas habituales. Si se deja fuera al axioma de división, que establece la invertibilidad única de la multiplicación, entonces se obtiene un anillo en lugar de un campo. Los campos ya no aparecen como partes recortadas de aquel reino de números universal, el continuo de los números reales o complejos del que se ocupa el Cálculo, sino que ahora cada campo es, por así decirlo, un mundo en sí mismo. Mediante operaciones, uno puede unir los elementos de cualquier campo, pero no los elementos de campos distintos. Este punto de vista de que cada objeto que se ofrece al análisis matemático acarrea su propio tipo de números a ser definido en términos de tal objeto y de sus constituyentes intrínsecos, en lugar de aproximarse a cada objeto mediante el mismo sistema numérico universal desarrollado *a priori* e independientemente de las aplicaciones – este punto de vista, digo, ha ganado cada vez más terreno también en los fundamentos axiomáticos de la geometría y recientemente, de un modo bastante sorprendente, en la física cuántica. Nos confrontamos aquí con uno de aquellos misteriosos paralelismos en el desarrollo de las matemáticas y la física que podrían inducir a uno a creer en una armonía preestablecida entre la naturaleza y la mente.

Al hablar de la axiomática, me estaba refiriendo al siguiente procedimiento metódico: uno separa, de manera natural, los distintos lados de un objeto de investigación matemática concretamente dado, hace a cada uno de ellos [los lados] accesible desde su propio grupo de asunciones relativamente estrecho y fácilmente reconocible, y entonces, al juntar los resultados parciales después de una especialización apropiada, regresa al todo complejo. La última parte sintética es puramente mecánica. El arte yace en la primera parte analítica de romper el todo y de generalizar las partes. No se busca lo general en aras de la generalidad, sino que el punto es que cada generalización se simplifica al reducir las hipótesis, y así nos permite entender ciertos lados de un todo irreconocible. Que una partición con su correspondiente generalización sea natural difícilmente puede juzgarse por otro criterio que el de su fertilidad. Si uno sistematiza este procedimiento que gestiona el investigador individual apoyándose en todas las analogías que le están disponibles por la masa de sus experiencias matemáticas y con una sensibilidad y una habilidad más o menos inventiva, uno llega a la axiomática. Por lo tanto, hoy en día, la axiomática no es de ninguna manera meramente un método para la clarificación lógica y para la profundización de los fundamentos [de las matemáticas], sino que se ha vuelto un arma poderosa de investigación matemática concreta en sí misma. Este método fue aplicado por Emmy Noether con una habilidad magistral; se adaptaba a su naturaleza, e hizo del álgebra el El Dorado de la axiomática. Un punto importante es la comprobación de las nociones generales "correctas" de campo, anillo, ideal, etc., la división de una proposición en proposiciones parciales, y sus correctas generalizaciones por medio de aquellas nociones generales. Una vez realizada esta partición del todo y la ocultación de las características no esenciales que surge de tal partición, la prueba de los pasos individuales no causa ningún problema serio en muchos casos. En 1931, durante una conferencia sobre topología y álgebra abstracta como dos modos de entendimiento matemático, dije esto:

> Sin embargo, no debo pasar por alto el hecho de que, hoy en día, entre los matemáticos se está empezando a propagar la sensación de que la fertilidad de estos métodos de abstracción está llegando a su fin. El caso es que todas estas buenas nociones generales no caen por sí mismas en nuestros regazos. Pero los problemas concretos definidos fueron primeramente conquistados en su indivisa complejidad, manejados uno por uno por fuerza bruta, por así decirlo. Sólo después de esto llegaron los axiomáticos [axiomaticians] y dijeron: en lugar de romper la puerta con todo tu poder y magullando tus manos, deberías de haber construido tal y cual llave habilitadora, y con ella te habría sido posible abrir la puerta muy suavemente. Pero los axiomáticos pudieron construir su llave sólo porque pudieron, después de hecha la ruptura [de la puerta], estudiar la cerradura desde dentro y desde fuera. Antes de poder generalizar, formalizar y axiomatizar, debe haber una sustancia matemática. Pienso que la sustancia matemática en cuya formalización nos hemos entrenado en las últimas décadas se agota gradualmente. Y así, preveo que la generación entrante tendrá dificultades en las matemáticas.

Emmy Noether protestó: y, en efecto, pudo señalar el hecho de que justo durante los últimos años el método axiomático había revelado en sus manos nuevos, concretos, y profundos problemas mediante la aplicación del álgebra no-conmutativa a campos conmutativos y a su teoría de números, y había mostrado el camino para su solución.

Me parece que la producción científica de Emmy Noether puede dividirse en tres épocas claramente distintas: (1) el periodo de dependencia relativa, 1907-1919; (2) las investigaciones agrupadas alrededor de la teoría general de ideales, 1920-26; (3) el estudio de las álgebras no-conmutativas, sus representaciones mediante transformaciones lineales, y su aplicación al estudio de campos numéricos conmutativos y sus aritméticas, desde 1927 en adelante. La primera época fue descrita en el bosquejo de su vida. Ahora me gustaría decir unas pocas palabras sobre la segunda época, la época de la teoría general de ideales.

Los ideales habían sido divisados por Dedekind con el fin de restablecer, al introducir elementos ideales apropiados, la ley principal de descomposición única de un número en factores primos que se descomponían en campos numéricos algebraicos. El pensamiento consistía en remplazar un número, por ejemplo el 6, en su propiedad como un divisor por el conjunto de todos los números divisibles por 6; a este conjunto se le llama el ideal (6). Del mismo modo, uno puede interpretar al máximo común divisor de dos números, *a*, *b*, como el conjunto de todos los números de la forma $ax+by$, donde *x*, *y* se extienden independientemente sobre todos los enteros. En el anillo de [números] enteros ordinarios, este sistema es idéntico al sistema de los múltiplos de un único número *d*, el máximo común divisor. Este, sin embargo, no es el caso en los campos numéricos algebraicos, y por tanto se hace necesario el admitir como divisores no sólo a los números, sino también a los ideales. Entonces, un ideal en un anillo *R* ha de definirse como un subconjunto de *R* tal que la suma y la diferencia de dos números del ideal pertenecen al ideal, así como el producto de un número del ideal por un número arbitrario del anillo. Con todo, desde otro lado, esta noción apareció en la geometría algebraica. Una superficie algebraica en el espacio está definida por una ecuación algebraica $f=0$; aquí, f es un polinomio con respecto a las coordenadas. Si han de considerarse variedades algebraicas de menos dimensiones, en su lugar debe ponerse un sistema finito de ecuaciones algebraicas $f_1=0, f_2=0, \ldots, f_h=0.$ Pero entonces todos los polinomios desaparecen sobre la variedad algebraica, que surgen por combinación lineal de los polinomios básicos $f_1, f_2, \ldots, f_h$ en la forma $A_1 f_1 + A_2 f_2 + \ldots + A_h f_h$, donde los *A*s son polinomios absolutamente arbitrarios. Todos los polinomios de este tipo forman un ideal en el anillo de polinomios; la variedad algebraica consiste en los puntos en los que desaparecen todos los polinomios del ideal. De tales ideales se ocupó el teorema de base de Hilbert, una de las herramientas principales en el estudio de invariantes de Hilbert; afirma que todo ideal de polinomios tiene una base finita. El teorema residual de Noether contiene un criterio que nos permite decidir si un polinomio pertenece a un ideal cuyos miembros tengan en común sólo un número finito de ceros. Para ideales de polinomios, [Emanuel] Lasker – mejor conocido por los no matemáticos como un campeón mundial de ajedrez por muchos años – obtuvo resultados que mostraban que sus leyes[5] se apartaban considerablemente de aquellas leyes encontradas por Dedekind en los campos numéricos algebraicos.

[5] Las leyes de los ideales de polinomios. Nota del Traductor.

Considérense, por ejemplo, los siguientes tres anillos: el anillo de enteros ordinarios, los anillos de polinomios de una y dos variables independientes con coeficientes racionales. El teorema de descomposición única en factores primos vale en cada uno de ellos; pero el algoritmo de Euclides o el hecho de que el máximo común divisor de dos elementos, *a*, *b*, esté contenido en el ideal (*a*, *b*), i. e., pueda expresarse en la forma $af + bg$ por medio de dos elementos apropiados, *f*, *g*, del anillo, es verdadero sólo en los primeros dos casos. En efecto, en el dominio de polinomios de dos indeterminados *x* e *y*, los polinomios *x* e *y* no tienen por sí mismos ningún común divisor; no obstante, una ecuación como $1 = xf + yg$, donde f y *g* son dos polinomios, es imposible, porque el lado derecho [de la ecuación] desaparece en el origen $x = 0, y = 0$.

Emmy Noether desarrolló una teoría general de ideales sobre una base axiomática que comprendía todos los casos. Su axioma principal es la *Teilerkettensatz*: la hipótesis de que una cadena de ideales $\mathfrak{a}_1$, $\mathfrak{a}_2$, $\mathfrak{a}_3$,… llega necesariamente a un fin después de un número finito de pasos si cada término $\mathfrak{a}_i$ comprende al [término] precedente $\mathfrak{a}_{i-1}$ como una parte propia.[6] Mediante su teoría abstracta se sueldan muchos desarrollos importantes de las matemáticas. Más todavía, Emmy mostró cómo puede descenderse, de la misma forma axiomática, a los ideales polinomios, por un lado, y al caso clásico de los ideales en los campos numéricos algebraicos, por el otro. En algunas instancias, su teoría general va incluso más allá de lo que se sabía antes gracias a Lasker para los ideales de polinomios.

Hasta ahora nos hemos apegado a todos los axiomas satisfechos por los números ordinarios. Sin embargo, existen fuertes motivos para abandonar la ley conmutativa de la multiplicación. En efecto, operaciones como las rotaciones de un cuerpo rígido en el espacio son entidades que se comportan, con respecto a su composición, de una manera no-conmutativa: para la composición de dos rotaciones importa realmente si primero se realiza la primera y después la segunda, o se haga en el orden inverso. Aquí, la composición es considerada como un tipo de multiplicación. Las rotaciones, cuando están expresadas en términos de coordenadas, son transformaciones lineales. Las transformaciones lineales, siendo capaces de adición y composición o multiplicación, conforman el ejemplo más

[6] La *Teilerkettensatz* (condición de cadena ascendente) es la propiedad definitoria de lo que se llama “anillos de Noether”. Nota del Traductor.

importante de cantidades no-conmutativas. Por lo tanto, uno intenta llevar a cabo cualquier anillo o “álgebra” de cantidades no-conmutativo abstracto dado mediante transformaciones lineales sin destruir las relaciones establecidas entre ellos por las operaciones fundamentales de + y de ×; este es el objetivo de la teoría de representaciones. La teoría de álgebras no-conmutativas y sus representaciones fue edificada por Emmy Noether de una nueva manera unificada, puramente conceptual, al hacer uso de todos los resultados que se habían ido acumulando por los ingeniosos trabajos de décadas de Molien, Frobenius, Dickson, Wedderburn, y otros. La noción del ideal en varias versiones nuevas desempeña, de nuevo, la parte decisiva. Además de ella, la idea de *automorfismo* prueba ser sumamente útil, i. e., de aquellos mapeos que uno puede llevar a cabo dentro del álgebra sin destruir las relaciones internas. Se descartan las herramientas calculadoras, como, por ejemplo, un cierto determinante cuya no-desaparición había utilizado Dedekind como un criterio para la semi-simplicidad; esto era lo más deseable, ya que este criterio falla en algunos dominios de racionalidad. En intensa cooperación con Hasse y con Brauer, Emmy investigó la estructura de las álgebras no-conmutativas y aplicó la teoría por medio de su *verschränktes Produkt* (producto cruzado) a los campos numéricos conmutativos ordinarios y a sus aritméticas. Los artículos más importantes de esta época son “Hypercomplexe Grössen und Darstellungstheorie” [“Magnitudes hipercomplejas y teoría de la representación”], 1929; “Nicht-kommutative Algebra” [“Álgebra no-conmutativa”], 1933; y tres artículos más pequeños sobre restos de la norma y el principal teorema del género. Su teoría de productos cruzados fue publicada por Hasse en conexión con sus investigaciones sobre la teoría de las álgebras cíclicas. Un artículo escrito por Brauer, Hasse, y Emmy Noether que prueba el hecho de que cada álgebra simple sobre un campo numérico algebraico ordinario es cíclica en el sentido de Dickson permanecerá como un gran hito en la historia del álgebra.

Debo renunciar a ofrecer una imagen del contenido de estas profundas investigaciones. En lugar de ello, será mejor que intente cerrar con una breve y general estimación de Emmy Noether como una matemática y como una personalidad.

Su fuerza radica en su habilidad para operar con conceptos de manera abstracta. Para ella no era necesario dejarse llevar a nuevos resultados sobre las cadenas delanteras de ejemplos concretos conocidos. Esto, no obstante, tenía la desventaja de que a veces estaba completamente inconsciente de los detalles específicos de las aplicaciones más interesantes de sus teorías generales. Emmy tenía una imaginación más vívida, con cuya ayuda pudo visualizar conexiones remotas; constantemente sus esfuerzos estaban dirigidos hacia la unificación. En ésta buscó lo esencial en los hechos conocidos, los puso en orden mediante conceptos generales apropiados, espió el lugar ventajoso desde el que mejor podía inspeccionarse el todo, limpió el objeto bajo consideración de desechos superfluos, y de este modo concluyó que, con una forma tan simple y distinta, la aventura en nuevos territorios podía realizarse con la mayor perspectiva de éxito. Esta potencia clarificadora la probó, por ejemplo, en su teoría del producto cruzado, en la que casi todos los hechos ya habían sido encontrados por Dickson y por Brauer. Emmy poseía un fuerte impulso hacia la pureza axiomática. Todo debe concretarse dentro del marco y con la ayuda de las propiedades intrínsecas de la estructura bajo investigación; nada debe traerse de fuera, y sólo deben aplicarse procesos invariantes. Así, a Emmy le parecía que el uso de matrices que se conmutan con todos los elementos de un álgebra matricial dada, encontrado muy a menudo en el trabajo de Schur, era inapropiado; en consecuencia, utilizaba en su lugar los automorfismos. Esto, sin embargo, puede llevarse demasiado lejos, como cuando Emmy desdeñó emplear un elemento primitivo en el desarrollo de la teoría de Galois. Alguna vez dijo:

> Si uno prueba la igualdad de dos números *a* y *b* mostrando primero que $a \leq b$ y después que $a \geq b$, es injusto; en lugar, uno debe mostrar que son realmente iguales al revelar el fundamento interno para su igualdad.

De sus predecesores en álgebra y en la teoría de números, Dedekind era el más estrechamente relacionado con ella. Por él sentía una profunda veneración. Esperaba que sus estudiantes leyeran los apéndices de Dedekind a la *Zahlentheorie* [*Teoría de números*] de Dirichlet no sólo en una, sino en todas sus ediciones. Emmy tomó una parte de lo más activa en la edición de los trabajos de Dedekind; su esfuerzo se dirigió a indicar, después de cada uno de los artículos de Dedekind, el desarrollo moderno construido sobre sus investigaciones. Su afinidad con Dedekind, quien quizá fue el más típico representante de la Baja Sajonia entre los matemáticos alemanes, es un claro ejemplo que cuán ilusorio es asociar, de un modo esquemático, la raza con el estilo de pensamiento matemático. Además del trabajo de Dedekind, el de Steinitz sobre la teoría de campos abstractos fue naturalmente de gran importancia para su propio trabajo. Emmy vivió en medio de un gran florecimiento del álgebra en Alemania al que ella contribuyó mucho. Sin embargo, sus métodos no necesitan considerarse como el único medio de salvación. Además de Artin y Hasse, que en algunos aspectos son similares a ella, hay algebristas con un sello aún más distinto, como I. Schur en Alemania, Dickson y Wedderburn en América, cuyos logros ciertamente no están detrás de los de Emmy en profundidad e importancia. Quizá los seguidores de Emmy, debido a un entusiasmo perdonable, no siempre han reconocido plenamente este hecho.

Emmy Noether fue una entusiasta colaboradora en la edición del *Mathematische Annalen*. Que esta labor nunca haya sido explícitamente reconocida pudo haberle causado algún dolor.

Resultaba demasiado fácil para aquellos que la conocieron por primera vez, o que no sentían emoción alguna por su potencia creativa, considerarla rara y burlarse de ella. Emmy era grandota y tenía una voz fuerte, y a veces no era fácil para uno conseguir el piso al competir con ella. Emmy predicaba poderosamente, y no como los escribas. Era un alma áspera y sencilla, pero su corazón estaba en el lugar adecuado. Su franqueza nunca era ofensiva en lo más mínimo. En la vida cotidiana, Emmy era muy sencilla y absolutamente desinteresada; tenía una naturaleza amable y amistosa. No obstante, disfrutaba del reconocimiento que se le daba; podía responder con una tímida sonrisa, como una joven a la que se le susurra un cumplido. Nadie podía contender que las Gracias habían permanecido junto a su cuna; pero si nosotros en Gotinga a veces nos referíamos a ella en tono de burla como "*der Noether*" (con el artículo masculino), también lo hacíamos con un reconocimiento respetuoso de su poder como una pensadora creativa que parecía haber roto la barrera del sexo. Emmy tenía un humor raro y un sentido de sociabilidad; tomar el té en su apartamento podía ser de lo más placentero. Pero fue un ser unilateral sacado de balance por el sobrepeso de su talento matemático. En Emmy no se desarrollaron aspectos esenciales de la vida humana, entre ellos, supongo, el erótico, que, si hemos de creer a los poetas, es para muchos de nosotros la mayor fuente de emociones, éxtasis, deseos, penas, y conflictos. Así, a veces daba la impresión de un niño difícil, pero era un ser valiente y de buen corazón, dispuesto a ayudar, y capaz de la más profunda lealtad y afecto. Y de todos los que he conocido, ella fue ciertamente uno de los más felices.

La comparación con la otra mujer matemática de renombre mundial, Sonya Kovalevskaya, se sugiere por sí misma. De ambas, Sonya ciertamente tenía la personalidad más completa, pero también tenía una naturaleza mucho menos feliz. Con el fin de seguir sus estudios, Sonya tuvo que desafiar la oposición de sus padres, y contrajo matrimonio sólo de nombre, aunque no quedó del todo así. Emmy Noether no tenía, como ya lo he señalado, ni una naturaleza rebelde ni inclinaciones bohemias. Sonya poseía encanto femenino, instintos, y vanidad; los éxitos sociales no le eran de ningún modo indiferentes. Era una criatura de tensión y caprichos; las matemáticas la hacían infeliz, mientras que Emmy encontró el mayor de los placeres en su trabajo. Sonya persiguió actividades literarias fuera de las matemáticas. En sus últimos años en París, mientras trabajaba febrilmente en un artículo para obtener un premio matemático, Sonya, aludiendo en una carta a un cierto M. de quien estaba enamorada, escribió: “El gordo M. ocupa todo el cuarto en mi sofá y en mis pensamientos.” Así era Sonya: se ve la tensión entre su vida y mente creativas con su pasión y el espíritu que se burla de sí mismo al ver irónicamente su propio conflicto desesperante. ¡Qué tan lejos de las posibilidades de Emmy! Pero, sin duda, Emmy Noether poseía, por mucho, el mayor poder, el mayor talento científico.

De hecho, dos rasgos determinaron toda su naturaleza: Primero, la nativa potencia productiva de su genio matemático. Emmy no era arcilla, presionada por las manos artísticas de Dios hacia una forma armoniosa, sino más bien un pedazo de roca primaria humana en la que él había soplado su creativo aliento de vida. Segundo, su corazón no conocía malicia; Emmy no creía en el mal – de hecho, en su mente nunca entró la idea de que el mal pudiese desempeñar algún papel entre los hombres. Esto nunca me fue más enérgicamente evidente que en el último tormentoso verano, el de 1933, que pasamos juntos en Gotinga. La memoria de su trabajo en la ciencia y de su personalidad entre sus compañeros no se olvidará pronto. Emmy fue una gran matemática, la más grande, creo firmemente, que haya jamás producido su sexo, y una gran mujer.