¿Qué son las matemáticas?

Por

R. Courant y H. Robbins

Traducción de Emilio Méndez Pinto

Edición digital para la Biblioteca Digital del ILCE
Título original: What is Mathematics? An Elementary Approach to Ideas and Methods

Primera edición: Oxford University Press, 1941

ISBN 0-19-510519-2

[Ensayo introductorio al libro *¿Qué son las matemáticas? Una aproximación elemental a sus ideas y métodos*]

¿QUÉ SON LAS MATEMÁTICAS?

Las matemáticas, como expresión de la mente humana, reflejan la voluntad activa, la razón contemplativa, y el deseo por la perfección estética. Sus elementos básicos son la lógica y la intuición, el análisis y la construcción, la generalidad y la individualidad. Aunque distintas tradiciones puedan hacer énfasis en distintos aspectos, es la interacción de estas fuerzas antitéticas y la lucha por sus síntesis lo que constituye la vida, utilidad, y valor supremo de la ciencia matemática.

Sin duda, todo desarrollo matemático tiene sus raíces psicológicas en requerimientos más o menos prácticos. Pero una vez puesto en marcha bajo la presión de aplicaciones necesarias, inevitablemente gana impulso por sí mismo y trasciende los límites de la utilidad inmediata. Esta tendencia de la ciencia aplicada a la teórica ocurre tanto en la historia antigua como en muchas contribuciones de ingenieros y físicos a las matemáticas modernas.

Los registros matemáticos comienzan en oriente, donde, alrededor del año 2000 A. C., los babilonios coleccionaron una gran cantidad de material que hoy en día clasificaríamos como álgebra elemental. Pero como ciencia en el sentido moderno las matemáticas surgen más tarde, en suelo griego, durante los siglos quinto y cuarto A. C. El contacto cada vez más cercano entre el oriente y los griegos, comenzando en tiempos del Imperio Persa y alcanzando su clímax en el periodo inmediatamente posterior a las expediciones de Alejandro Magno, familiarizaron a los griegos con los logros de la matemática y de la astronomía babilónica. Muy pronto las matemáticas estuvieron sujetas a la discusión filosófica que floreció en las ciudades-estado griegas. Así, los pensadores griegos se volvieron concientes de las grandes dificultades inherentes en los conceptos matemáticos de continuidad, movimiento, e infinito, y en el problema de medir cantidades arbitrarias con unidades dadas. En un esfuerzo admirable el reto fue superado, y el resultado, la teoría del continuo geométrico de Eudoxo, es un logro sólo equiparado más de dos mil años más tarde por la teoría moderna de números irracionales. La tendencia deductiva-de postulación en las matemáticas se originó en los tiempos de Eudoxo, y fue cristalizada en los *Elementos* de Euclides.

Sin embargo, mientras que la tendencia teórica y de postulación de las matemáticas griegas sigue siendo una de sus más importantes características y ha ejercido una enorme influencia, no puede decirse con mucha convicción que la aplicación y la conexión con la realidad física desempeñaran un papel igual de importante en las matemáticas de la antigüedad, y que muchas veces era preferible una forma de presentación menos rígida que la de Euclides.

Podría ser que el pronto descubrimiento de las dificultades relacionadas con cantidades “inconmensurables” disuadió a los griegos de desarrollar el arte del cálculo numérico alcanzado antes en oriente. En lugar de eso, se abrieron paso por el matorral de la geometría axiomática pura. De esta manera comenzó uno de los desvíos más extraños de la historia de la ciencia, y quizá se perdió así una gran oportunidad. Por casi dos mil años el peso de la tradición geométrica griega retrasó la inevitable evolución del concepto de número y de la manipulación algebraica, que después formaron la base de la ciencia moderna.

Después de un periodo de lenta preparación, la revolución en las matemáticas y en la ciencia comenzó su fase más vigorosa en el siglo diecisiete con la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral. Mientras que la geometría griega mantuvo un lugar importante, el ideal griego de la cristalización axiomática y de la deducción sistemática desapareció en los siglos diecisiete y dieciocho. El razonamiento lógicamente preciso, empezando por definiciones claras y no contradictorias, axiomas “evidentes”, parecía ser irrelevante para los nuevos pioneros de la ciencia matemática. En una verdadera orgía de conjeturas intuitivas, de fuerte razonamiento entretejido con un misticismo sin sentido, con una confianza ciega en el poder sobrehumano del procedimiento formal, conquistaron un mundo matemático de inmensa riqueza. Gradualmente, el éxtasis de progreso dio lugar a un espíritu de autocontrol crítico. En el siglo diecinueve, la inmanente necesidad de consolidación y el deseo de más certeza en la extensión del alto aprendizaje - estimulado por la Revolución Francesa - inevitablemente condujeron de vuelta a una revisión de los fundamentos de las nuevas matemáticas, en particular del cálculo diferencial e integral y del subyacente concepto de límite. Es así que el siglo diecinueve no sólo se volvió un periodo de nuevos avances, sino que también se caracterizó por un exitoso retorno al ideal clásico de precisión y prueba rigurosa. En este aspecto, incluso superó al modelo de ciencia griego. Una vez más el péndulo osciló hacia el lado de la pureza lógica y de la abstracción. Parece que hoy en día todavía estamos en este periodo, aunque es de esperarse que la infortunada separación resultante entre las matemáticas puras y las aplicaciones vitales, quizá inevitable en tiempos de revisión crítica, sea seguida por una era de cercana unidad. La recuperada fuerza interna y, sobre todo, la enorme simplificación alcanzada sobre la base de una comprensión más clara hacen posible dominar la teoría matemática sin perder de vista las aplicaciones. Establecer, una vez más, una unión orgánica entre la ciencia pura y aplicada y un sano balance entre la generalidad abstracta y la colorida individualidad bien puede ser la tarea primordial de los matemáticos en el futuro inmediato.

Este no es lugar para un detallado análisis filosófico o psicológico de las matemáticas. Sólo hay que destacar unos cuantos puntos. Parece haber un gran peligro en el excesivo énfasis prevaleciente sobre el carácter deductivo-de postulación de las matemáticas. Es cierto que el elemento de invención constructiva, de la intuición dirigente y motivante, resulta apto para eludir una formulación filosófica simple, pero sigue siendo el núcleo de todo logro matemático, incluso en los campos más abstractos. Si la forma deductiva cristalizada es la meta, la intuición y la construcción son, a lo menos, las fuerzas motrices. Una seria amenaza a la propia vida de la ciencia está implicada en la afirmación de que las matemáticas no son más que un sistema de conclusiones sacadas de definiciones y postulados que deben ser consistentes pero que por lo demás deben ser creados por la libre voluntad del matemático. Si esta descripción fuese precisa, las matemáticas no podrían atraer a ninguna persona inteligente. Serían un juego con definiciones, reglas, y silogismos, sin motivo o meta alguna. La noción de que el intelecto puede crear sistemas de postulación significativos a su antojo es una engañosa verdad a medias. Sólo bajo la disciplina de responsabilidad al todo orgánico, sólo guiada por la necesidad intrínseca, es que la mente libre puede alcanzar resultados con valor científico.

Aunque la tendencia contemplativa del análisis lógico no representa todas las matemáticas, sí ha conducido a un entendimiento más profundo de los hechos matemáticos y de su interdependencia, y a una comprensión más clara de la esencia de los conceptos matemáticos. De ella ha surgido un punto de vista moderno en las matemáticas típico de una actitud científica universal.

Sea cual sea nuestra perspectiva filosófica, para todos los propósitos de la observación científica un objeto se agota a sí mismo en la totalidad de posibles relaciones con el sujeto o instrumento que percibe. Es claro que la mera percepción no constituye conocimiento y revelación; debe ser coordinada e interpretada con referencia a alguna entidad subyacente, una "cosa en sí misma", que no es un objeto de la observación física directa sino que pertenece a la metafísica. Pero para el proceder científico es importante descartar elementos de carácter metafísico y siempre considerar los hechos observables como la última fuente de nociones y construcciones. Renunciar a la meta de comprender la "cosa en sí misma", de conocer la "verdad última", de descifrar la esencia más interna del mundo, puede ser una dificultad psicológica para los entusiastas ingenuos, pero en realidad fue uno de los giros más fructíferos en el pensamiento moderno.

Algunos de los logros más grandes en la física han venido como una recompensa a la valiente adhesión al principio de eliminar la metafísica. Cuando Einstein intentó reducir la noción de "eventos simultáneos ocurriendo en lugares distintos" a fenómenos observables, cuando desenmascaró como un prejuicio metafísico la creencia de que este concepto debe tener un significado científico por sí mismo, encontró la clave para su teoría de la relatividad. Cuando Niels Bohr y sus pupilos analizaron el hecho de que cualquier observación física debe estar acompañada por un efecto del instrumento observante sobre el objeto observado, se volvió claro que la fuerte fijación simultánea de la posición y velocidad de una partícula no es posible en el sentido de la física. Las consecuencias de largo alcance de este descubrimiento, encarnado en la moderna teoría de la mecánica cuántica, les son familiares a cualquier físico contemporáneo. En el siglo diecinueve prevalecía la idea de que las fuerzas mecánicas y los movimientos de las partículas en el espacio eran cosas en sí mismas, mientras que la electricidad, la luz, y el magnetismo debían reducirse o ser "explicados" como fenómenos mecánicos, tal como se había hecho con el calor. Se inventó el "éter" como un medio hipotético capaz de explicar - no por completo - los movimientos mecánicos que nos aparecían como luz o electricidad. Poco a poco se entendió que el éter es necesariamente no observable, que pertenece a la metafísica y no a la física. Con pesar en algunos cuarteles, con alivio en otros, finalmente se abandonaron las explicaciones mecánicas de la luz y la electricidad, y con ellas al éter.

En las matemáticas existe una situación similar, incluso más acentuada. A lo largo de los siglos los matemáticos han considerado sus objetos, como los números, puntos, etc., como cosas sustanciales en sí mismas. Ya que estas entidades siempre han desafiado los intentos de una descripción adecuada, lentamente se hizo claro, para los matemáticos del siglo diecinueve, que la cuestión del significado de estos objetos como cosas sustanciales no tiene sentido - en todo caso - dentro de las matemáticas. Las únicas afirmaciones relevantes sobre ellos no se refieren a la realidad sustancial; solamente establecen las interrelaciones entre “objetos matemáticamente indefinidos” y las reglas que gobiernan las operaciones con ellos. Lo que “realmente” *sean* los puntos, las líneas, los números, no puede y no necesita discutirse en la ciencia matemática. Lo que importa y lo que corresponde al hecho “verificable” es la estructura y la relación, que dos puntos determinan una línea, que los números se combinan de acuerdo con ciertas reglas para formar otros números, etc. Una clara revelación sobre la necesidad de una de-sustanciación de los conceptos matemáticos elementales ha sido uno de los resultados más importantes y fructíferos del desarrollo de postulación moderno.

Por fortuna, las mentes creativas olvidan las dogmáticas creencias filosóficas siempre que la adhesión a ellas impida los logros constructivos. Tanto para los eruditos como para los legos no es la filosofía sino la propia experiencia activa en las matemáticas la que por sí sola puede responder la pregunta: ¿qué son las matemáticas?