

*Vida y obra de Gustav
Lejeune Dirichlet
(1805-1859)*

*Por
Jürgen Elstrodt*

*Traducción de
Emilio Méndez Pinto*

Edición digital para la Biblioteca Digital del ILCE

Título original: The Life and Work of Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859)

© De la traducción: Emilio Méndez Pinto

Publicado originalmente en Clay Mathematics Proceedings, Vol. 7, 2007. Tanto la American Mathematical Society como el profesor Elstrodt han concedido sus respectivos permisos para la traducción y publicación digital de esta obra en esta colección.

Prohibida su reproducción por cualquier medio mecánico o eléctrico o de cualquier otro tipo sin la autorización por escrito de los coeditores.

Dedicado a Jens Mennicke, mi amigo durante muchos años

CONTENIDOS

Introducción	4
1. Antecedentes familiares y educación escolar	4
2. Estudio en París	7
3. Entrada al Servicio Civil Prusiano	11
4. Habilitación y profesorado en Breslau	14
5. Transferencia a Berlín y matrimonio	18
6. Enseñanza en la Escuela Militar	22
7. Dirichlet como profesor en la Universidad de Berlín	23
8. Trabajos matemáticos	28
9. Amistad con Jacobi	46
10. Amistad con Liouville	48
11. Vicisitudes de vida	49
12. Dirichlet en Göttingen	50
Conclusión	53
Referencias	54

Introducción

Los grandes avances de las matemáticas en Alemania durante la primera mitad del siglo diecinueve están asociados, en una medida predominantemente grande, con el trabajo pionero de C. F. Gauss (1777-1855), C. G. J. Jacobi (1804-1851), y G. Lejeune Dirichlet (1805-1859). De hecho, virtualmente todos los principales matemáticos alemanes de la segunda mitad del siglo diecinueve fueron sus discípulos, o discípulos de sus discípulos. Esto es verdad hasta un grado especial para Jacobi y Dirichlet, quienes introdujeron con mucho éxito un nuevo nivel de enseñanza fuertemente orientado a sus investigaciones, mientras que Gauss tuvo “un disgusto real” por la enseñanza – al menos al pobre nivel predominante cuando Gauss comenzó su carrera. El papel principal de los matemáticos alemanes en la segunda mitad del siglo diecinueve e incluso hasta el fatídico año de 1933 habría sido impensable sin los fundamentos establecidos por Gauss, Jacobi, y Dirichlet. Pero mientras que Gauss y Jacobi han sido honrados con detalladas biografías (e. g., [Du], [Koe]), una exposición similar de la vida y obra de Dirichlet sigue siendo un deseo repetidamente deplorado. En particular, en inglés existen sólo unos cuantos artículos, más bien breves, sobre Dirichlet, algunos de los cuales están desafortunadamente estropeados por afirmaciones incorrectas. Esta exposición pretende ser un primer intento por remediar esta situación.

1. Antecedentes familiares y educación escolar

Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet, para darle su nombre completo, nació en Düren (aproximadamente a medio camino entre Colonia y Aachen (= Aix-la-Chapelle)) el 13 de febrero de 1805. Fue el séptimo¹ y último hijo de Johann Arnold Lejeune Dirichlet (1762-1837) y su esposa Anna Elisabeth, née Lindner (1768-1868 (?)). El padre de Dirichlet fue administrador de correos, comerciante, y consejero de la ciudad de Düren. El nombre oficial de su profesión era *commissaire de poste*. Después de 1807, toda la región del banco izquierdo del Rin estuvo bajo control francés como resultado de las guerras con la Francia revolucionaria y de las guerras napoleónicas. Así, los miembros de la familia Dirichlet eran ciudadanos franceses al momento del nacimiento de Dirichlet. Después de la última derrota

¹ Hensel [H.1], vol. 1, p. 349 dice que los padres de Dirichlet tuvieron 11 hijos. Posiblemente este número incluya a niños que murieron en la infancia.

de Napoleón Bonaparte en Waterloo y de la consiguiente reorganización de Europa en el Congreso de Viena (1814-1815), una gran región del banco izquierdo del Rin, incluyendo a Bonn, Colonia, Aachen y Düren, cayó bajo control prusiano, y los miembros de la familia Dirichlet se volvieron ciudadanos prusianos.

Ya que el nombre “Lejeune Dirichlet” parece bastante inusual para una familia alemana, brevemente explicamos su origen:² el abuelo de Dirichlet, Antoine Lejeune Dirichlet (1711-1784), nació en Verviers (cerca de Liège, Bélgica) y se estableció en Düren, en donde se casó con la hija de una familia de Düren. Fue su padre quien primero adoptó el nombre de “Lejeune Dirichlet” (significando “el joven Dirichlet”) para diferenciarse de su padre, quien tenía el mismo nombre de pila. El nombre “Dirichlet” (o “Derichelette”) significa “de Richelette”, por un pequeño pueblo de Bélgica. Mencionamos esto porque erróneamente se ha pretendido que Dirichlet fue descendiente de una familia hugonota francesa. Éste no fue el caso, porque la familia de Dirichlet era católica.

La ortografía del nombre “Lejeune Dirichlet” no es muy uniforme: el propio Dirichlet escribía su nombre como “Gustav Lejeune Dirichlet”, sin un guión entre las dos partes de su nombre propio. El lugar de nacimiento de Dirichlet en Düren, Weierstrasse 11, tiene una placa memorial.

Kummer [**Ku**] y Hensel [**H.1**], vol. 1, nos informan que los padres de Dirichlet dieron a su muy dotado hijo una crianza sumamente cuidadosa. Esto, sin lugar a dudas, no debió de haber sido fácil para ellos, ya que de ninguna manera eran pudientes. La educación escolar y universitaria de Dirichlet tuvo lugar durante un periodo de gran reorganización del sistema educativo prusiano. No obstante, su educación escolar y universitaria muestra fuertes características de la era anterior a la reforma, en la que las prescripciones formales difícilmente existían. Dirichlet fue primero a una escuela primaria [pública], y cuando esto se hizo insuficiente, a una escuela privada. Ahí también obtuvo instrucción en latín como preparación para la escuela secundaria (Gymnasium), donde el estudio de las lenguas antiguas constituía una parte esencial del entrenamiento. La inclinación de Dirichlet por las matemáticas fue evidente desde muy temprano. Todavía no tenía 12 años cuando ya

² Para muchos más detalles sobre los ancestros de Dirichlet véase [**BuJZ**].

utilizaba su dinero de bolsillo para comprar libros de matemáticas, y cuando se le decía que no podría entenderlos, respondía que de todos modos los leería hasta entenderlos.

En un principio, los padres de Dirichlet querían que su hijo fuese un comerciante. Cuando expresó un gran desacuerdo con su plan y dijo que quería estudiar, sus padres cedieron y lo enviaron al Gymnasium en Bonn, en 1817. Ahí, el niño de 12 años fue confiado al cuidado y a la supervisión de Peter Joseph Elvenich (1796-1886), un brillante estudiante de lenguas antiguas y de filosofía que estaba relacionado con la familia de Dirichlet ([Sc.1]). Elvenich no tuvo mucho que supervisar, pues Dirichlet era un estudiante sensible y diligente con buenos modales, que rápidamente se ganó el favor de todos con quienes tuvo algo que ver. De este rasgo tenemos numerosos testimonios vitalicios de renombrados contemporáneos como A. von Humboldt (1769-1859), C. F. Gauss, C. G. J. Jacobi, Fanny Hensel née Mendelssohn Bartholdy (1805-1847), Felix Mendelssohn Bartholdy (1809-1847), K. A. Varnhagen von Ense (1785-1858), B. Riemann (1826-1866), R. Dedekind (1831-1916). Sin descuidar sus otras materias, Dirichlet mostró un interés especial por las matemáticas y la historia, en particular por la entonces reciente historia inmediatamente posterior a la Revolución Francesa. Puede asumirse que las posteriores posturas políticas liberales de Dirichlet pueden remontarse a estos estudios tempranos y a su posterior estancia en la casa del General Foy en París (véase la sección 3).

Después de dos años, Dirichlet se cambió a la secundaria jesuita de Colonia. Elvenich se convirtió en filólogo del Gymnasium de Koblenz. Después fue promovido a catedrático en las Universidades de Bonn y Breslau, y durante su estancia en Bonn informó a Dirichlet sobre la situación con su diploma doctoral. En Colonia, Dirichlet tomó lecciones matemáticas con Georg Simon Ohm (1789-1854), bien conocido por su descubrimiento de la ley de Ohm (1826); la unidad de resistencia eléctrica debe su nombre a él. En 1843 Ohm descubrió que los tonos puros son descritos por oscilaciones puramente sinusoidales. Este descubrimiento abrió el camino para la aplicación del análisis de Fourier a la acústica. Dirichlet hizo un rápido progreso matemático bajo la dirección de Ohm, así como por su diligente estudio privado de tratados matemáticos, de tal suerte que adquirió un conocimiento inusualmente vasto ya en esta etapa temprana. En Colonia fue al Gymnasium solamente por un año, comenzando en el invierno de 1820, y después lo abandonó con un

certificado de estudios. Se ha afirmado que Dirichlet pasó el examen Abitur, pero una revisión de los documentos reveló que éste no fue el caso ([Sc.1]). Las regulaciones para el examen Abitur requerían que el candidato debía poder sostener una conversación en latín, que por siglos fue la *lingua franca* del mundo educado. Ya que Dirichlet fue al Gymnasium sólo por tres años, muy probablemente habría tenido problemas en satisfacer esta condición crucial. Además, no necesitaba del Abitur para estudiar matemáticas, que es a lo que aspiraba. Sin embargo, su falta de capacidad para hablar latín le causó muchos problemas durante su carrera, como veremos después. En cualquier caso, Dirichlet abandonó el Gymnasium a la poco común temprana edad de 16 años, con un certificado de estudios pero sin un examen Abitur.

Ahora sus padres querían que estudiara leyes para asegurarle una buena vida a su hijo. Dirichlet declaró su complacencia para dedicarse a esta educación ordinaria durante el día, pero entonces estudiaría matemáticas por la noche. Después de esto sus padres fueron suficientemente sabios para ceder y concederle permiso para estudiar matemáticas.

2. Estudio en París

Alrededor de 1820, las condiciones para estudiar matemáticas en Alemania eran bastante malas para estudiantes real y profundamente interesados en la materia ([Lo]). El único matemático mundialmente famoso era C. F. Gauss, en Göttingen, pero ocupaba una cátedra en astronomía y era primero y ante todo Director del *Sternwarte*, y casi todos sus cursos estaban dedicados a la astronomía, la geodesia, y las matemáticas aplicadas (véase la lista en [Du], p. 405 y ss.). Además, a Gauss no le gustaba enseñar – al menos no al bajo nivel común en ese tiempo. Por el contrario, las condiciones en Francia eran infinitamente mejores. Eminentes científicos como P. –S. Laplace (1749-1827), A. –M. Legendre (1752-1833), J. Fourier (1768-1830), S. –D. Poisson (1781-1840), A. –L. Cauchy (1789-1857) estaban activos en París, haciendo de la capital de Francia la capital mundial de las matemáticas. Hensel ([H.1], vol. 1, p. 351) nos informa que los padres de Dirichlet todavía tenían relaciones amistosas con algunas familias en París desde tiempos del dominio francés, y dejaron que su hijo fuera a París en mayo de 1822 para estudiar matemáticas. Dirichlet estudió en el *Collège de France* y en la *Faculté des Sciences*, donde asistió a lecciones de notables profesores como S. F. Lacroix (1765-1843), J. –B. Biot (1774-1862),

J. N. P. Hachette (1769-1834), y L. B. Francoeur (1773-1849). También pidió permiso para asistir a lecciones, como estudiante visitante, en la célebre *École Polytechnique*. Pero el *chargé d'affaires* prusiano en París se rehusó a pedir tal permiso sin la autorización especial del ministro prusiano de asuntos religiosos, educativos, y médicos, Karl Freiherr von Stein zum Altenstein (1770-1840). El estudiante de 17 años Dirichlet, de una pequeña ciudad provincial, no tenía oportunidad de obtener una autorización así.

Aparentemente no se conocen más detalles sobre los cursos de Dirichlet. Lo que sí sabemos es que Dirichlet, además de sus cursos, se dedicó a un profundo estudio privado de la obra maestra de Gauss, *Disquisitiones Arithmeticae*. A petición de Dirichlet, su madre le consiguió una copia de las *Disquisitiones* y se la envió a París en noviembre de 1822 (comunicación por G. Schubring, Bielefeld). No hay duda de que el estudio de la *magnum opus* de Gauss dejó en Dirichlet una impresión duradera que no fue menos importante que la impresión que le dejaron sus cursos. Sabemos que Dirichlet estudió las *Disquisitiones Arithmeticae* varias veces durante su vida, y podemos asumir con seguridad que fue el primer matemático alemán en dominar por completo este trabajo único. Nunca ponía su copia en su estante, sino que siempre la mantenía en su escritorio. Sartorius von Waltershausen ([Sa], p. 21) dice que llevaba su copia a todos los viajes, como algunos clérigos que siempre llevan su devocionario.

Después de un año de vida tranquila en reclusión dedicado a sus estudios, la vida exterior de Dirichlet sufrió un cambio fundamental en el verano de 1823. El General M. S. Foy (1775-1825) estaba buscando un tutor privado que les enseñara a sus hijos alemán y literatura. El general era un brillante hombre sumamente culto y un célebre héroe de guerra, que por 20 años ocupó cargos de liderazgo durante las guerras de la República Francesa y Napoleón Bonaparte. Había ganado una enorme popularidad debido a la circunspección con la que evitó grandes pérdidas innecesarias. En 1819 Foy fue elegido a la Cámara de Diputados, donde lideró la oposición y atacó enérgicamente las extremas políticas realistas y clericales de la mayoría, que votó a favor de los Borbones. Por los buenos oficios de Larchet de Charmont, un viejo compañero de armas del General Foy y amigo de los padres de Dirichlet, éste fue recomendado a la familia Foy y obtuvo el trabajo con un buen salario, de modo que ya no tenía que depender del apoyo financiero de sus padres. Las labores de

enseñanza eran una carga modesta, dejándole a Dirichlet suficiente tiempo para sus estudios. Además, con la ayuda de Dirichlet, la Sra. Foy repasó su alemán, y, a la inversa, le ayudó a él a deshacerse de su acento alemán al hablar francés. Dirichlet fue tratado como un miembro más de la familia Foy y se sentía muy a gusto con esta afortunada posición. La casa del General Foy era un punto de encuentro de muchas celebridades de la capital francesa, y esto le permitió a Dirichlet ganar autoconfianza en su conducta social, lo que tuvo notable importancia en su vida futura.

Pronto Dirichlet se familiarizó con sus profesores académicos. Su primer trabajo de carácter académico fue una traducción francesa de un artículo de J. A. Eytelwein (1764-1848), miembro de la Real Academia de Ciencias de Berlín, sobre hidrodinámica ([Ey]). Hachette, el profesor de Dirichlet, utilizó esta traducción cuando ofreció un reporte sobre este trabajo a la *Société Philomatique* parisina en mayo de 1823, y publicó una reseña en el *Bulletin des Sciences par la Société Philomatique de Paris*, 1823, pp. 113-115. La traducción fue impresa en 1825 ([Ey]), y Dirichlet envió una copia a la Academia de Ciencias de Berlín en 1826 ([Bi.8], p. 41).

El primer trabajo científico propio de Dirichlet, titulado *Mémoire sur l'impossibilité de quelques équations indéterminées du cinquième degré* ([D.1], pp. 1-20 y pp. 21-46), instantáneamente le produjo gran reconocimiento científico. Este trabajo está íntimamente relacionado con el último teorema de Fermat de 1637, que clama que la ecuación

$$x^n + y^n = z^n$$

no puede resolverse con enteros x, y, z todos distintos de cero cuando $n \geq 3$ es un número natural. Este asunto estaba de alguna manera en el aire, ya que la Academia Francesa de Ciencias había ofrecido un premio por la prueba de esta conjetura; la solución tenía que enviarse antes de enero de 1818. De hecho, sabemos que Wilhelm Olbers (1758-1840) había llamado la atención de Gauss hacia este premio, esperando que éste lo ganase, una medalla de oro con valor de 3000 francos ([O.1], pp. 626-627). En ese tiempo, la insolubilidad de la ecuación de Fermat con enteros distintos a cero sólo se había probado para dos exponentes n , a saber, para $n=4$ por el propio Fermat, y para $n=3$ por Euler. Ya que basta con probar la aserción para $n=4$ y para todos los primos impares $n = p \geq 3$, el

problema estaba abierto para todos los primos $p \geq 5$. Dirichlet acometió el caso $p = 5$ y desde el comienzo consideró de manera más general el problema de solubilidad de la ecuación

$$x^5 \pm y^5 = Az^5$$

con enteros, donde A es un entero fijo. Probó para muchos valores especiales de A , por ejemplo, para $A = 4$ y para $A = 16$, que esta ecuación no admite soluciones no-triviales con enteros. Para la propia ecuación de Fermat, Dirichlet mostró que para cualquier hipotética solución integral primitiva no-trivial x, y, z , uno de los números debe ser divisible por 5, y dedujo una contradicción bajo la asunción de que este número sea, adicionalmente, par. El “caso impar” permaneció abierto en un principio.

Dirichlet envió su artículo a la Academia de Ciencias de Francia y obtuvo un permiso para dar una conferencia sobre su trabajo a los miembros de la Academia. Esto debe considerarse como un evento sensacional, ya que el orador era en ese entonces un estudiante alemán de 20 años quien no había publicado nada y ni siquiera tenía algún grado académico. Dirichlet dio su conferencia el 11 de junio de 1825, y tan sólo una semana después Lacroix y Legendre entregaron un reporte muy favorable sobre su artículo, de tal suerte que la Academia decidió imprimirlo en la *Recueil des Mémoires des Savants étrangers*. Sin embargo, la publicación nunca se llevó a cabo. El propio Dirichlet mandó imprimir su trabajo en 1825 y lo publicó más tarde bajo una forma más detallada en el tercer volumen de la Revista de Crelle, que – para su fortuna – se había fundado justo a tiempo, en 1826.

Después de eso Legendre resolvió el ya mencionado “caso impar”, y Dirichlet lo trató subsecuentemente con sus propios métodos. Esto resolvió el caso $n = 5$ por completo. Dirichlet había hecho la primera contribución significativa a la afirmación de Fermat más de 50 años después de Euler, y esto inmediatamente le dio la reputación de un excelente matemático. Siete años después también probó que la ecuación de Fermat para el exponente 14 no admite una solución integral no-trivial. (El caso $n = 7$ fue resuelto sólo hasta 1840 por G. Lamé (1795-1870).) Un punto notable del trabajo de Dirichlet sobre el problema de Fermat es que sus pruebas están basadas sobre consideraciones en campos cuadráticos, esto

es, en $\mathbb{Z}[\sqrt{5}]$ para $n=5$, y $\mathbb{Z}[\sqrt{-7}]$ para $n=14$. Aquí y en la segunda entrega de Gauss sobre residuos bicuadráticos vislumbramos los comienzos de la teoría algebraica de números.

La conferencia ante la Academia llevó a Dirichlet a un contacto mayor con varios *académiciens* de renombre, notablemente con Fourier y Poisson, quienes despertaron su interés en la física matemática. La cercanía con Fourier y el estudio de su *Théorie analytique de la chaleur* claramente le dieron el ímpetu para su posterior trabajo de época sobre las series de Fourier (véase la sección 8).

3. Entrada al Servicio Civil Prusiano

Hacia 1807 Alexander von Humboldt (1769-1859) estaba viviendo en París trabajando casi sin ayuda en los 36 volúmenes lujosamente ilustrados sobre la evaluación científica de su expedición investigativa (1799-1804) con A. Bonpland (1773-1858) a Centro y Sudamérica. Esta expedición le había traído una enorme fama mundial, y se convirtió en miembro correspondiente de la Academia Francesa en 1804 y en miembro extranjero en 1810. Von Humboldt tuvo un interés sumamente amplio en las ciencias naturales y más allá de ellas, e hizo un buen y generoso uso de su fama para apoyar a talentos jóvenes en cualquier tipo de arte o ciencia, incluso a veces de su propio bolsillo. Alrededor de 1825 estaba por terminar su gran obra y por regresar a Berlín como caballero de cámara del rey prusiano Federico Guillermo III, quien quería tener a tal lumbrera de la ciencia en su corte.

Por recomendación de Fourier y de Poisson, Dirichlet entró en contacto con A. von Humboldt. Para Dirichlet, la búsqueda de una posición permanente se había convertido en una cuestión urgente en 1825-1826, ya que el general Foy murió en noviembre de 1825 y el trabajo como maestro privado pronto llegaría a su fin. J. Liouville (1809-1882) dijo después repetidamente que su amigo Dirichlet se habría quedado en París si le hubiese sido posible encontrar incluso una posición modestamente pagada ([T], primera parte, p. 48, nota). Incluso con ocasión de su primera visita a A. von Humboldt, Dirichlet expresó su deseo de conseguir una designación en su patria, Prusia. Von Humboldt lo apoyó con este plan y le ofreció su ayuda inmediatamente. Fue su propósito declarado de convertir a Berlín en un centro de investigación en matemáticas y en ciencias naturales ([Bi.5]).

Con la ayuda de von Humboldt, la aplicación a Berlín se llevó a cabo de una manera muy prometedora: el 14 de mayo de 1826, Dirichlet escribió una carta de aplicación al ministro prusiano von Altenstein, añadiendo una reimpresión de su memoria sobre el problema de Fermat y una carta de recomendación de von Humboldt a su viejo amigo von Altenstein. Dirichlet también envió copias de su memoria sobre el problema de Fermat y de su traducción del trabajo de Eytelwein a la Academia en Berlín, junto con una carta de recomendación de A. von Humboldt, esperando obviamente apoyo de los académicos Eytelwein y el astrónomo J. F. Encke (1791-1865), estudiante de Gauss y secretario de la Academia. En tercer lugar, el 28 de mayo de 1826 Dirichlet envió a Göttingen una copia de su memoria sobre el problema de Fermat junto con una carta a C. F. Gauss, explicando su situación y pidiendo a Gauss que envíe su juicio a uno de sus corresponsales en Berlín. Ya que sólo muy pocas personas estaban suficientemente familiarizadas con el tema del artículo, a Dirichlet le preocupaba que su trabajo pudiera ser subestimado en Berlín. (La carta está publicada en [D.2], pp. 373-374.) También adjuntó una carta de recomendación del conocido de Gauss A. von Humboldt al efecto de que, en la opinión de Fourier y Poisson, el joven Dirichlet tenía un extraordinario talento y seguía los mejores caminos eulerianos. Y von Humboldt le pidió expresamente a Gauss que apoyara a Dirichlet a través de su fama ([Bi.6], pp. 28-29).

Entonces el asunto procedió suavemente: Gauss escribió a Encke diciéndole que Dirichlet tenía un extraordinario talento, Encke le escribió a un oficial principal en el ministerio al efecto de que, a su leal saber y entender, Gauss nunca había expresado una opinión tan alta por un científico. Después de que Encke informara a Gauss sobre el prometedor estado de cosas, el 13 de septiembre de 1826 Gauss le escribió a Dirichlet, en un tono casi paternal, expresando su satisfacción por tener evidencia “de una carta recibida del secretario de la Academia en Berlín, que podemos esperar que pronto se te ofrecerá una posición apropiada en tu patria” ([D.2], pp. 375-376; [G.1], pp. 514-515).

Dirichlet regresó a Düren para aguardar el curso de los acontecimientos. Antes de su regreso tuvo un encuentro en París que podría haber dejado huellas duraderas en la historia de las matemáticas. El 24 de octubre de 1826, N. H. Abel (1802-1829) escribió desde París a su maestro y amigo B. M. Holmboe (1795-1850) diciéndole que se había encontrado con

“Herrn Lejeune Dirichlet, un prusiano, quien me visitó el otro día, ya que me consideraba como un compatriota. Es un matemático muy sagaz. Simultáneamente con Legendre, demostró la insolubilidad de la ecuación

$$x^5 + y^5 = z^5$$

con enteros y otras cosas agradables” ([A], texto francés p. 45 y texto noruego p. 41). El encuentro entre Abel y Dirichlet podría haber sido el comienzo de una larga amistad entre compañeros matemáticos, ya que en aquellos días se estaban haciendo planes para un instituto politécnico en Berlín, y Abel, Dirichlet, Jacobi, y el geómetra J. Steiner (1796-1863) estaban considerados para ser miembros principales del personal. Sin embargo, estos planes nunca se concretaron. Abel murió prematuramente en 1829, justo dos días antes de que Crelle enviara su mensaje final de que Abel definitivamente sería llamado a Berlín. Abel y Dirichlet nunca se vieron después de su breve encuentro en París. Antes de este trágico final, A. L. Crelle (1780-1855) había hecho muchos esfuerzos por crear una posición para Abel en Berlín, y había sido muy optimista sobre este proyecto hasta julio de 1828, cuando le escribió a Abel la devastadora noticia de que el plan no podía llevarse a cabo en ese momento porque un nuevo competidor “había caído del cielo” ([A], texto francés, p. 66, texto noruego, p. 55). Se ha conjeturado que Dirichlet era el nuevo competidor, cuyo nombre era desconocido para Abel, pero investigaciones recientes de G. Schubring (Bielefeld) muestran que esto no es verdad.

En respuesta a su aplicación, el ministro von Altenstein le ofreció a Dirichlet una posición de enseñanza en la Universidad de Breslau (Silesia, ahora Wrocław, Polonia) con una oportunidad para una *Habilitation* (examen de calificación para dar clases en una universidad) y un modesto salario anual de 400 táleros, que era el salario inicial habitual para un profesor asociado en ese entonces. (Esta no era una oferta tan mala para un joven de 21 años sin ningún examen final.) Von Altenstein quería que Dirichlet se mudara a Breslau pocas semanas después, ya que había una vacante. Añadió que, si Dirichlet todavía no había pasado el examen doctoral, podría enviar una aplicación a la facultad de filosofía de la Universidad de Bonn, que le daría todas las facilidades según las reglas ([Sc.1]).

No obstante, la concesión del doctorado llevó más tiempo del que von Altenstein y Dirichlet habían anticipado. El procedimiento habitual resultó imposible por varias razones formales: Dirichlet no había estudiado en una universidad prusiana; su tesis, la memoria sobre el problema de Fermat, no estaba escrita en latín, y Dirichlet carecía de experiencia para hablar latín con fluidez, lo que le impedía dar la requerida disputa pública en latín. Una promoción *in absentia* era igualmente imposible, porque el ministro von Altenstein había prohibido este tipo de procedimiento con el fin de elevar el nivel de los doctorados. Para evitar estos problemas formales algunos profesores en Bonn sugirieron el otorgamiento del grado de doctor honorario. A esta sugerencia se opusieron otros miembros de la facultad, desconfiados de esta forma de socavar las reglas habituales. Las discusiones continuaron, pero al final la facultad votó de manera unánime. El 24 de febrero de 1827 Elvenich, viejo amigo de Dirichlet y en ese tiempo profesor asociado en Bonn, le informó del final feliz, y unos pocos días después Dirichlet obtuvo su diploma de doctor.

Debido a la demora, Dirichlet no pudo reanudar sus deberes de enseñanza en Breslau durante el periodo de invierno de 1826-27. Además, el ministerio todavía estaba por resolver clandestinamente un delicado asunto. En aquellos días, tanto Europa Central como Europa Oriental estaban bajo la dura regla de la Santa Alianza (1815), los Decretos de Karlsbad (1819) se llevaban a cabo meticulosamente, y los presuntos “demagogos” debían ser procesados (1819). El *chargé d’affaires* prusiano en París recibió una carta del ministerio en Berlín preguntándole si en el solicitante podía encontrarse cualquier cosa que sugiriera sospecha política, ya que había rumores de que Dirichlet había vivido en la casa del fallecido General Foy, un enemigo feroz del gobierno. El *chargé* revisó el asunto y reportó que no se sabía nada en detrimento de las posturas y acciones de Dirichlet, y que aparentemente había vivido sólo para su ciencia.

4. Habilitación y profesorado en Breslau

En el transcurso de las reformas prusianas que siguieron a las Guerras Napoleónicas se fundaron varias universidades bajo la dirección de Wilhelm von Humboldt (1767-1835), el hermano mayor de Alexander von Humboldt, a saber, las Universidades de Berlín (1810), Breslau (1811), y Bonn (1818), y se fundó la Escuela Militar General en Berlín en 1810, bajo la iniciativa del general prusiano G. J. D. von Scharnhorst (1755-1813). Durante su

carrera, Dirichlet tuvo que ver con todas estas instituciones. Ya hemos mencionado el doctorado honorario de la Universidad de Bonn.

En la primavera de 1827, Dirichlet se mudó de Düren a Breslau para asumir su cargo. Durante el largo viaje se desvió vía Göttingen para encontrarse con Gauss en persona (18 de marzo de 1827), y vía Berlín. En una carta a su madre, Dirichlet dice que Gauss lo recibió muy amigablemente. De igual forma, por una carta de Gauss a Olbers ([O.2], p. 479) sabemos que también Gauss estaba encantado de conocer a Dirichlet en persona, y expresa su gran satisfacción de que su recomendación aparentemente había ayudado a Dirichlet a conseguir su cargo. Gauss también dice algo sobre los temas de la conversación, y menciona su sorpresa por saber de Dirichlet que su juicio (i. e., el de Gauss) sobre muchos asuntos matemáticos concordaba por completo con el de Fourier, notablemente en los fundamentos de la geometría.

La primera tarea de Dirichlet en Breslau era habilitarse (recibirse como profesor universitario). De acuerdo con las reglas, forzosamente tenía que

- a) dar una clase de prueba,
- b) escribir una tesis (*Habilitationsschrift*) en latín, y
- c) defender su tesis en una disputación pública mantenida en latín.

Las condiciones a) y b) no le causaron mayor problema, pero Dirichlet tenía dificultades para satisfacer la condición c) por su incapacidad para hablar latín con fluidez. Entonces le escribió al ministro von Altenstein pidiéndole que se le dispensara de la disputación. El ministro concedió el permiso, a pesar del disgusto de algunos miembros de la facultad ([Bi.1]).

Para satisfacer la condición a), Dirichlet dio una clase de prueba sobre la prueba de Lambert de la irracionalidad del número π . Para cumplir con la condición b), escribió una tesis sobre el siguiente problema de la teoría de números (véase [D.1], pp. 45-62): Sean x, b enteros, b no un cuadrado de un entero, y expándase

$$(x + \sqrt{b})^n = U + V\sqrt{b},$$

donde U y V son enteros. El problema es determinar las formas lineales conteniendo los primos dividiendo a V , cuando la variable x asume todos los valores integrales positivos o negativos coprimos con b . Este problema se resuelve para dos casos, a saber,

(i) si n es un primo impar,

(ii) si n es una potencia de 2.

Los resultados se ilustran con ejemplos especiales. De notable interés es la introducción, en la que Dirichlet considera ejemplos de la teoría de residuos bicuadráticos y se refiere a su gran obra sobre residuos bicuadráticos, que iba a aparecer en la Revista de Crelle en ese entonces.

La tesis fue impresa tempranamente, en 1828, y enviada a von Altenstein; en respuesta, Dirichlet fue promovido al rango de profesor asociado. A. von Humboldt añadió la promesa de organizar la transferencia de Dirichlet a Berlín tan pronto como fuese posible. De acuerdo con Hensel ([H.1], vol. 1, p. 354), Dirichlet no se sentía a gusto en Breslau, ya que no le agradaba el extendido exclusivismo provinciano. Es claro que extrañaba el intercambio de perspectivas con investigadores competentes que había disfrutado en París. Por otra parte, había colegas en Breslau que tenían una gran estima por Dirichlet, como evidencia una carta de H. Steffens (1773-1845), colega de Dirichlet, al ministerio ([Bi.1], p. 30): Steffens señaló que por lo general Dirichlet era admirado, debido a su minucioso conocimiento, y también apreciado, debido a su gran modestia. Además, escribió que su colega – como el gran Gauss en Göttingen – no tenía muchos estudiantes, pero que aquellos en la audiencia, seriamente ocupados en las matemáticas, sabían cómo estimar a Dirichlet y cómo sacarle provecho.

Desde el punto de vista científico, el tiempo de Dirichlet en Breslau resultó ser bastante fructuoso. En abril de 1825, Gauss había publicado un primer breve anuncio – como solía hacer – de sus investigaciones sobre residuos bicuadráticos ([G.1], pp. 165-168). Recuérdese que un entero a es llamado un residuo bicuadrático módulo el primo impar p ,

$$p \nmid a,$$

si y sólo si la congruencia $x^4 \equiv a \pmod{p}$ admite una solución integral. Para despertar el apetito del lector, Gauss comunicó sus resultados sobre el carácter bicuadrático de los números ± 2 . La publicación completa de su primera entrega apareció impresa sólo hasta 1828 ([G.1], pp. 65-92). Es muy posible, aunque no se sabe con certeza, que Gauss hablara con Dirichlet, durante la visita de este último a Göttingen, sobre su reciente trabajo en residuos bicuadráticos. En cualquier caso, sí le escribió a Dirichlet, en su primera carta del 13 de septiembre de 1826, acerca de su plan de escribir tres memorias sobre este tema ([D.2], pp. 375-376; [G.1], pp. 514-515).

Se sabe que el anuncio de Gauss despertó de inmediato un gran interés en Dirichlet y en Jacobi, quien en ese entonces era profesor en Königsberg (Prusia oriental; ahora Kaliningrado, Rusia). Ambos intentaron encontrar sus propias pruebas de los resultados de Gauss, y ambos descubrieron un montón de nuevos resultados en el campo de los residuos de potencias grandes. Un reporte sobre los descubrimientos de Jacobi se encuentra en [J.2] entre la correspondencia con Gauss. Dirichlet descubrió pruebas notablemente sencillas de los resultados de Gauss sobre el carácter bicuadrático de ± 2 , e incluso respondió a la cuestión de cuándo un primo impar q es un residuo bicuadrático módulo el primo impar p , $p \neq q$. Para conseguir la ley de reciprocidad bicuadrática sólo había que dar un paso más que, no obstante, se hizo posible sólo hasta algunos años después, cuando Gauss, en su segunda entrega de 1832, introdujo números complejos, sus enteros gaussianos, en el campo de la teoría de números ([G.1], pp. 169-178, 93-148, 313-385; [R]). Este fue el último artículo largo de Gauss sobre teoría de números, y uno muy importante, que ayudó a abrir la puerta a la teoría de números algebraicos. La primera prueba impresa de la ley de reciprocidad bicuadrática fue publicada sólo hasta 1844 por G. Eisenstein (1823-1852; véase [Ei], vol. 1, pp. 141-163); en sus lecciones en Königsberg, Jacobi ya había ofrecido una prueba un poco antes.

Dirichlet alcanzó algunos pasos cruciales de su trabajo sobre residuos bicuadráticos durante unas breves vacaciones en Dresde, siete meses después de su visita a Gauss. Plenamente consciente de la importancia de su investigación, inmediatamente envió sus descubrimientos en una gran carta sellada a Encke, en Berlín, para asegurar su prioridad, y poco después describió con finura la fascinante historia de su descubrimiento en una carta a

su madre el 28 de octubre de 1827 ([R], p. 19). En esta carta también expresó sus grandes ilusiones de esperar mucho de su nuevo trabajo para su posterior promoción y su deseada transferencia a Berlín. Sus resultados fueron publicados en la memoria *Recherches sur les diviseurs premiers d'une classe de formules du quatrième degré* ([D.1], pp. 61-98). Tras la publicación de este trabajo, envió a Gauss una separata junto con una carta (publicada en [D.2], pp. 376-378), quien a su vez expresó su aprecio por el trabajo de Dirichlet, anunciándole su segunda entrega, y comunicándole algunos resultados llevados a cabo de la manera más sorprendente en las últimas líneas de su primera entrega ([D.2], pp. 378-380; [G.1], pp. 516-518).

El tema de los residuos bicuadráticos siempre estuvo en el pensamiento de Dirichlet hasta el final de su vida. En una carta del 21 de enero de 1857 a Moritz Abraham Stern (1807-1894), el primer estudiante de doctorado de Gauss, quien en 1859 se convirtió en el primer profesor judío en Alemania que no se convirtió al cristianismo, ofreció una prueba completamente elemental del criterio para el carácter bicuadrático del número 2 ([D.2], p. 261 n.).

Habiendo leído el artículo de Dirichlet, F. W. Bessel (1784-1846), el célebre astrónomo y colega de Jacobi en Königsberg, le escribió entusiastamente a A. von Humboldt el 14 de abril de 1828: "...quién habría imaginado que este genio conseguiría reducir algo aparentemente tan difícil a consideraciones tan sencillas. El nombre de Lagrange podría haber estado en la parte superior de la memoria y nadie se habría dado cuenta de la incorrección" ([Bi.2], pp. 91-92). Esta alabanza llegó justo a tiempo para que von Humboldt organizara la transferencia de Dirichlet a Berlín. El periodo de actividad de Dirichlet en Breslau fue muy breve; Sturm [St] menciona que dio lecciones en Breslau solamente por dos semestres, y Kummer dice que por tres semestres.

5. Transferencia a Berlín y matrimonio

Con la transferencia de Dirichlet a Berlín en mente, A. von Humboldt envió copias de la entusiasta carta de Bessel al ministro von Altenstein y al comandante J. M. von Radowitz (1797-1853), en ese entonces profesor en la Escuela Militar de Berlín. Al mismo tiempo, Fourier intentó traer a Dirichlet de vuelta a París, ya que lo consideraba como el candidato

idóneo para ocupar un papel principal en la Academia Francesa. (Sin embargo, parece que no se sabe si Fourier realmente tenía una oferta para una posición definida.) Dirichlet se decantó por Berlín, en ese tiempo una ciudad mediana con 240 000 habitantes, calles sucias, sin pavimento, sin alumbrado público, sin alcantarillado, sin abastecimiento público de agua, pero con muchos jardines hermosos.

A. von Humboldt recomendó a Dirichlet para un puesto vacante en la Escuela Militar al comandante von Radowitz y al Ministro de Guerra. En un principio hubieron algunas reservas en instalar a un joven de sólo 23 años para la instrucción de oficiales. Por lo tanto, Dirichlet fue empleado bajo prueba. Al mismo tiempo se le concedió un permiso de un año de sus obligaciones en Breslau. Durante este tiempo se le pagó un salario desde Breslau; además, recibía 600 táleros por año de la Escuela Militar. El periodo de prueba fue exitoso, y el permiso desde Breslau se extendió al doble, de modo que nunca regresó ahí.

Desde el principio, Dirichlet también había pedido permiso para dar clases en la Universidad de Berlín, y en 1831 fue formalmente transferido a la facultad filosófica de dicha universidad con la obligación adicional de enseñar en la Escuela Militar. Hubieron, sin embargo, algunas rarezas formales en cuanto a sus estatus legal en la Universidad de Berlín que veremos en la sección 7.

En el mismo año de 1831 fue elegido para la Real Academia de Ciencias de Berlín, y después de la confirmación del rey, la elección se hizo efectiva en 1832. En ese momento Dirichlet, con 27 años de edad, se convirtió en el miembro más joven de la Academia.

Poco después del traslado de Dirichlet a Berlín tuvo lugar ahí un evento del mayor prestigio científico, organizado por A. von Humboldt: la séptima asamblea de la Asociación Alemana de Científicos y Médicos (18 al 26 de septiembre de 1828). Más de 600 participantes de Alemania y del extranjero asistieron a la reunión. Felix Mendelssohn Bartholdy compuso la música ceremonial, el poeta Rellstab escribió un poema para la ocasión, y para la decoración se utilizó un escenario diseñado por Schinkel para el aria de la Reina de la Noche en *La flauta mágica* de Mozart, con los nombres de célebres científicos escritos en el firmamento. A expensas de von Humboldt tuvo lugar una gran cena de gala para todos los participantes y los invitados especiales, incluido el rey. Gauss participó en la

reunión y se alojó en la casa de von Humboldt como invitado especial. Dirichlet fue invitado por von Humboldt junto con Gauss, Charles Babbage (1792-1871), y los oficiales von Radowitz y K. von Müffing (1775-1851) como un paso hacia el empleo en la Escuela Militar. Otro participante de la conferencia fue el joven físico Wilhelm Weber (1804-1891), en ese tiempo profesor asociado en la Universidad de Halle. Gauss conoció a Weber en esta asamblea, y en 1831 organizó el llamado de Weber a Göttingen, donde ambos comenzaron su célebre trabajo conjunto sobre la investigación del electromagnetismo. La estimulante atmósfera de Berlín fue comparada por Gauss, en una carta a su ex alumno C. L. Gerling (1788-1864) en Marburgo, “con un movimiento del aire atmosférico al oxígeno”.

Los siguientes años fueron los más felices en la vida de Dirichlet, tanto desde el punto de vista profesional como desde el privado. Una vez más, fue A. von Humboldt quien estableció las relaciones privadas. En ese tiempo se celebraban grandes salones en Berlín, donde las personas activas en el arte, la ciencia, las humanidades, la política, los asuntos militares, la economía, etc., se reunían regularmente, por ejemplo, una vez por semana. A. von Humboldt introdujo a Dirichlet en la casa de Abraham Mendelssohn Bartholdy (1776-1835) (hijo del legendario Moses Mendelssohn (1729-1786)) y de su esposa Lea, née Salomon (1777-1842), que era un punto de encuentro único de la Berlín culta. La familia Mendelssohn vivía en un palacio barroco erigido en 1735, con un edificio principal de dos pisos, alas laterales, una gran sala de jardín en la que cabían hasta 300 personas, y un inmenso jardín de aproximadamente 3 hectáreas (casi 10 acres). (Los locales fueron vendidos en 1851 al Estado prusiano, y la casa se volvió la sede de la Cámara Alta del Parlamento Prusiano. En 1904 se erigió un nuevo edificio, que sucesivamente fue la sede de la Cámara Alta del Parlamento Prusiano, del Consejo de Estado prusiano, del Gabinete de la RDA, y actualmente del Consejo Federal alemán.) Hay mucho que decir sobre la familia Mendelssohn que aquí debe omitirse; para más información véase el maravilloso libro reciente de T. Lackmann [**Lac**]. Cada domingo por la mañana se ofrecían célebres conciertos dominicales en la sala de jardín de los Mendelssohn, ejecutados por los cuatro altamente dotados niños Mendelssohn: la pianista y compositora Fanny (1805-1847), después casada con el pintor Wilhelm Hensel (1794-1861), el prodigio musical, brillante pianista y compositor Felix (1809-1847), la musicalmente talentosa Rebecka (1811-1858), y el violoncelista Paul (1812-1874), quien más tarde se ocupó de las operaciones bancarias

de la familia. Los conciertos dominicales comenzaban a las 11 y duraban 4 horas, con un intermedio para conversar y refrescarse. Wilhelm Hensel hizo retratos de los invitados – más de 1000 retratos, un documento único de la historia cultural de ese entonces.

Desde un principio Dirichlet mostró interés por Rebecka, que aunque tenía muchos pretendientes se decidió por Dirichlet. Lackmann ([**Lac**]) caracteriza a Rebecka como la más dotada lingüísticamente, la más ingeniosa, y la políticamente más receptiva de los cuatro niños. Ella experimentó los radicales cambios que tuvieron lugar durante la primera mitad del siglo diecinueve más consciente y críticamente que sus hermanos. Estos rasgos son claramente discernibles también por sus cartas, citadas por su sobrino Sebastian Hensel ([**H.1**], [**H.2**]). El compromiso con Dirichlet tuvo lugar en noviembre de 1831. Después de la boda en mayo de 1832, el joven matrimonio se mudó a un piso en la casa de los padres, Leipziger Str. 3, y después de un viaje a Italia (1843-1845), la familia Dirichlet se mudó a Leipziger Platz 18.

En 1832, la vida de Dirichlet pudo haber tomado un curso muy distinto. Gauss planeaba nominar a Dirichlet como sucesor de su colega fallecido, el matemático B. F. Thibaut (1775-1832). Cuando Gauss se enteró del matrimonio de Dirichlet canceló este plan, ya que asumió que Dirichlet no querría dejar Berlín. El triunvirato de Gauss, Dirichlet, y Weber le habría dado a Göttingen una constelación única en las matemáticas y las ciencias naturales, que no se hubiera encontrado en ningún otro lugar del mundo.

Dirichlet era notoriamente perezoso para escribir cartas. Obviamente prefería resolver asuntos contactando directamente a las personas. El 2 de julio de 1833 nació el primer hijo de la familia Dirichlet: Walter. Su abuelo Abraham Mendelssohn Bartholdy recibió la feliz noticia estando en un viaje de negocios en Londres. En una carta felicitaba a Rebecka y decía con resentimiento: “No felicito a Dirichlet, al menos no por escrito, porque tuvo el corazón para no escribirme una sola palabra, incluso en esta ocasión; al menos pudo haber escrito: $2 + 1 = 3$ ” ([**H.1**], vol. 1, pp. 340-341). (Walter Dirichlet sería más tarde un destacado político miembro del Parlamento alemán, 1881-1887; véase [**Ah.1**], 2ª parte, p. 51.)

La familia Mendelssohn está íntimamente relacionada con muchos artistas y científicos, de los cuales sólo mencionaremos a algunos prominentes matemáticos: el renombrado teórico de números Ernst Eduard Kummer se casó con la prima de Rebecka, Otilie Mendelssohn (1819-1848), y por tanto era primo de Dirichlet. Después fue el sucesor de Dirichlet en la Universidad de Berlín y en la Escuela Militar cuando Dirichlet se fue a Göttingen. El teórico de funciones Hermann Amandus Schwarz (1843-1921), por quien reciben su nombre el Lema de Schwarz y la Desigualdad de Cauchy-Schwarz, se casó con la hija de Kummer, Marie Elisabeth, y por tanto era yerno de Kummer. El analista Heinrich Eduard Heine (1821-1881), por quien recibe su nombre el Teorema de Heine-Borel, era hermano de Albertine Mendelssohn Bartholdy, née Heine, esposa de Paul, hermano de Rebecka. Kurt Hensel (1861-1941), descubridor de los números p -ádicos y editor por muchos años de la Revista de Crelle, era hijo de Sebastian Hensel (1830-1898) y de su esposa Julie, née Adelson; Sebastian Hensel fue el único hijo de Fanny y Wilhelm Hensel, y por tanto sobrino de los Dirichlet. La hija de Kurt y Gertrud (née Hahn) Hensel, Ruth Therese, estaba casada con el profesor de derecho Franz Haymann, y el connotado teórico de funciones Walter Hayman (nacido en 1926) es producto de este matrimonio. El connotado teórico de grupos y teórico de números Robert Remak (1888- algún día desconocido después de 1942, cuando murió en Auschwitz) era sobrino de Kurt y Gertrud Hensel. El filósofo y lógico Leonard Nelson (1882-1927) era tataranieta de Gustav y Rebecka Lejeune Dirichlet.

6. Enseñanza en la Escuela Militar

Cuando Dirichlet comenzó a enseñar en la Escuela Militar el 1 de octubre de 1828, trabajó primero como asistente del curso de F. T. Poselger (1771-1838). Es una curiosa coincidencia que Georg Simon Ohm, profesor de matemáticas de Dirichlet en el *Gymnasium* en Colonia, también trabajó simultáneamente como asistente del curso de su hermano, el matemático Martin Ohm (1792-1872), quien fue profesor en la Universidad de Berlín. La enseñanza regular de Dirichlet comenzó un año después, el 1 de octubre de 1829. El curso duraba tres años y después comenzaba uno nuevo. Su contenido era esencialmente elemental y práctico en naturaleza, comenzando, en el primer año, con la teoría de ecuaciones (hasta ecuaciones polinómicas de cuarto grado), teoría elemental de series, algo de estereometría y geometría descriptiva. A esto le seguía, en el segundo año, algo de

trigonometría, la teoría de [secciones] cónicas, más estereometría y geometría analítica del espacio tridimensional. El tercer año estaba dedicado a la mecánica, la hidromecánica, la geografía matemática y la geodesia. Al principio, ni el cálculo diferencial ni el integral estaban incluidos en el plan de estudios, pero algunos años después Dirichlet consiguió elevar el nivel de instrucción al introducir al programa el así llamado análisis superior y sus aplicaciones a problemas de mecánica. Subsecuentemente, este cambio se hizo permanente y fue cumplido incluso cuando Dirichlet abandonó su puesto ([Lam]). En total, enseñó durante 27 años en la Escuela Militar, desde su transferencia a Berlín en 1828 hasta su traslado a Göttingen en 1855, con dos interrupciones durante su viaje a Italia (1843-1845) y después de la Revolución de Marzo de 1848 en Berlín, cuando la Escuela Militar fue clausurada por algún tiempo, causándole a Dirichlet una considerable pérdida de su ingreso.

Durante los primeros años Dirichlet realmente disfrutaba su posición en la Escuela Militar. Demostró ser un excelente profesor, cuyos cursos eran muy apreciados por su audiencia, y le gustaba reunirse con los oficiales jóvenes, que eran casi de su edad. Sus refinados modales impresionaron a los oficiales, y él los invitaba a estimulantes fiestas de noche en las que usualmente era el centro de la conversación. Sin embargo, al paso de los años, se hartó de repetir el mismo plan de estudios cada tres años. Además, necesitaba con urgencia más tiempo para su investigación; junto con sus lecciones en la universidad, su carga de enseñanza típicamente era de alrededor de 18 horas por semana.

Cuando la Escuela Militar fue reabierta después de la revolución de 1848, entre los oficiales, que por regla general pertenecían a la nobleza, había emergido un nuevo espíritu reaccionario. Esto se oponía a las muy liberales convicciones de Dirichlet. Creció su deseo por dejar su puesto en la Escuela Militar, pero necesitaba una compensación por esta pérdida de ingreso, ya que su pago en la Universidad de Berlín era bastante modesto. Cuando el ministerio prusiano fue demasiado reacio a cumplir con sus deseos, aceptó el llamado más prestigioso a Göttingen como sucesor de Gauss en 1855.

7. Dirichlet como profesor en la Universidad de Berlín

Desde el principio, Dirichlet pidió permiso para dar clases en la Universidad de Berlín. El ministro aprobó su aplicación y comunicó su decisión a la facultad filosófica. Pero la

facultad protestó, ya que Dirichlet no estaba ni habilitado ni nombrado como profesor, por lo que la instrucción del ministro iba contra las reglas. En su respuesta, el ministro se mostró conciliador y dijo que dejaría a la facultad requerir de Dirichlet una hazaña adecuada para su *Habilitation*. Luego el decano de la facultad filosófica ofreció una solución razonable: sugirió que la facultad consideraría a Dirichlet – en vista de sus méritos – como *Professor designatus*, con el derecho a dar clases. Para satisfacer las formalidades de una *Habilitation*, sólo requirió a Dirichlet que

a) distribuyera un programa escrito en latín, y

b) diera una clase en latín en la gran sala de conferencias.

Esto parecía ser una solución generosa. Dirichlet era capaz de elaborar textos en latín, como lo había probado en Breslau con su *Habilitationsschrift*. Podía preparar su clase por escrito y solamente leerla – esto no parecía ocasionar muchos dolores de cabeza. Pero bastante inesperadamente, dio la clase con mucha renuencia. A Dirichlet le tomó casi 23 años darla. La clase se titulaba *De formarum binarium secundi gradus compositione* (“Sobre la composición de formas cuadráticas binarias”; [D.2], pp. 105-114) y comprende menos de 8 páginas impresas. En la página del título Dirichlet es referido como *Phil. Doct. Prof. Publ. Ord. Design.* Las razones de la increíble demora están expuestas en una carta al decano H. W. Dove (1803-1879) del 10 de noviembre de 1850, citada en [Bi.1], p. 43. Mientras tanto, Dirichlet fue transferido por mucho tiempo como profesor asociado a la Universidad de Berlín en 1831, e incluso fue ascendido al rango de profesor de tiempo completo en 1839, pero en la facultad siguió siendo *Professor designatus* hasta su *Habilitation* en 1851. Esto significaba que sólo hasta 1851 tuvo los mismos derechos que el resto de la facultad; antes de esa fecha no tenía derecho, por ejemplo, a escribir reportes sobre disertaciones doctorales o a influir en *Habilitationen* – obviamente una situación extraña, porque Dirichlet era por mucho el matemático más competente de la facultad.

Tenemos varios reportes testimoniales sobre las clases de Dirichlet y su vida social. Después de su participación en la asamblea de la Asociación Alemana de Científicos y Médicos, Wilhelm Weber comenzó una estancia de investigación en Berlín en octubre de 1828. Siguiendo el consejo de A. von Humboldt, asistió a las lecciones de Dirichlet sobre la

teoría del calor de Fourier. El entusiasmado estudiante se hizo amigo íntimo de Dirichlet, y más tarde desempeñó un papel fundamental en las negociaciones que llevaron al traslado de Dirichlet a Göttingen (véase la sección 12). Citamos algunas líneas del físico Heinrich Weber (1839-1928), sobrino de Wilhelm Weber, que no debe confundirse con el matemático Heinrich Weber (1842-1913), que dan una impresión de la vida social de su tío en Berlín ([Web], pp. 14-15): “Después de las clases, que eran dadas tres veces por semana de 12 a 1 de la tarde, solía haber un paseo en el que Dirichlet participaba a menudo, y por la tarde se hizo una práctica cada vez más común ir a la cafetería ‘Dirichlet’. ‘Después de la clase, cada vez uno de nosotros invitaba a los demás, sin más preámbulos, a tomar café en lo de Dirichlet, donde llegábamos a las 2 o 3 de la tarde y nos quedábamos alegremente hasta las 6 de la tarde’³”.

Durante sus primeros años en Berlín, Dirichlet sólo tuvo unos pocos estudiantes, normalmente entre 5 y 10. Algunas clases ni siquiera podían darse por falta de estudiantes. Esto no es sorprendente, porque Dirichlet por lo general daba clases sobre lo que se consideraban temas “elevados”, y la gran mayoría de los estudiantes preferían las clases de los colegas de Dirichlet, que no eran tan demandantes y estaban más orientadas hacia el examen final. Sin embargo, pronto cambió la situación: se esparció la reputación de Dirichlet como excelente profesor, y las audiencias típicamente comprendían entre 20 y 40 estudiantes, lo que era una audiencia muy grande para ese entonces.

Aunque Dirichlet no era, según las apariencias, un orador brillante como Jacobi, la gran claridad de su pensamiento, su afán por la perfección, la auto-confianza con la que explicaba detalladamente los asuntos más complicados, y sus reflexivas observaciones fascinaban a sus estudiantes. Mientras que meros cálculos desempeñaban un papel importante en las lecciones de la mayoría de sus contemporáneos, en las lecciones de Dirichlet el argumento matemático llevaba la delantera. A este respecto, Minkowski [Mi] habla “del otro Principio de Dirichlet para superar los problemas con un mínimo de cálculo ciego y un máximo de pensamiento penetrante”, y desde ese momento en adelante sitúa “los tiempos modernos en la historia de las matemáticas”.

³ Cita de una carta familiar de W. Weber del 21 de noviembre de 1828.

Dirichlet preparaba cuidadosamente sus lecciones y hablaba sin notas. Cuando no podía terminar un desarrollo más largo, apuntaba la última fórmula en un trozo de papel que sacaba de su bolsillo al comienzo de la siguiente lección para continuar el argumento. Una descripción vívida de sus hábitos de enseñanza fue ofrecida por Karl Emil Gruhl (1833-1917), quien atendió sus lecciones en Berlín (1853-1855) y quien más tarde se convirtió en un funcionario principal del ministerio prusiano de educación (véase [Sc.2]). Una descripción admirativa de la enseñanza de Dirichlet nos ha llegado por Thomas Archer Hirst (1830-1892), quien consiguió un grado de doctor en Marburgo, Alemania, en 1852, y que después estudió con Dirichlet y Steiner en Berlín. En el diario de Hirst encontramos la siguiente entrada del 31 de octubre de 1852 ([GW], p. 623): “Dirichlet no puede ser superado en riqueza de material y en claro entendimiento del mismo: como orador no tiene ventajas – no hay fluidez en él, y sin embargo lo dispensan sus claros ojo y entendimiento: sin esfuerzo, uno no notaría su discurso vacilante. Lo peculiar en él es que nunca ve a su audiencia – cuando no utiliza el pizarrón, momento en el que su espalda se vuelve hacia nosotros, se sienta en el alto escritorio frente a nosotros, pone sus gafas en su frente, apoya su cabeza en ambas manos, y, cuando no están cubiertos por sus manos, mantiene sus ojos casi cerrados. No utiliza notas; dentro de sus manos ve un cálculo imaginario, nos lo lee, y lo entendemos tan bien como si también lo estuviésemos viendo. Me gusta esa forma de enseñar.” Después de la visita de Hirst a Dirichlet, en la que “fue recibido con una gran cordialidad”, escribió en su diario el 13 de octubre de 1852 ([GW], p. 622) que: “Es un hombre alto, lánguido, con bigote y barba a punto de ponerse grises (quizás tiene 45 años), con una voz algo áspera y bastante sordo: era temprano, estaba sin bañarse, y sin rasurarse (lo que de él requería rasurarse), con su ‘Schlafrock’ [bata], sus pantuflas, su taza de café y su cigarro... Pensé, mientras cada uno se sentó en un extremo del sofá, y el humo de nuestros cigarros llevaba preguntas y respuestas de aquí para allá, entremezclándose en graciosas curvas antes de elevarse al techo y mezclarse con el aire atmosférico común, ‘Si todo sale bien, fumaremos juntos nuestro amistoso cigarro muchas veces todavía, bondadoso Lejeune Dirichlet’.”

Los temas de las lecciones de Dirichlet eran elegidos principalmente de varias áreas de la teoría de números, los fundamentos del análisis (incluyendo series infinitas, aplicaciones del cálculo integral), y la física matemática. Fue el primer profesor universitario en

Alemania en dar clases sobre su tema favorito, la teoría de números, y sobre la aplicación de técnicas analíticas a la teoría de números; 23 de sus lecciones estuvieron dedicadas a estos temas ([Bi.1]; [Bi.8], p. 47).

Más importante, las lecciones de Jacobi en Königsberg y de Dirichlet en Berlín dieron impulso a un aumento general del nivel de instrucción matemática en Alemania, que finalmente condujo a los muy altos estándares de las matemáticas universitarias en Alemania en la segunda mitad del siglo diecinueve y más allá, hasta 1933. Jacobi incluso estableció una especie de “escuela de Königsberg” de las matemáticas, dedicada principalmente a la investigación de la teoría de funciones elípticas. La fundación del primer seminario matemático en Alemania en Königsberg (1834) fue un evento importante en sus actividades de enseñanza. Dirichlet era menos extrovertido; desde 1834 en adelante condujo en su casa una especie de seminario matemático privado que no estaba siquiera mencionado en el calendario universitario. El propósito de este seminario privado era el de ofrecer a sus estudiantes una oportunidad para practicar su presentación oral y su habilidad para resolver problemas. Para una exposición completa del desarrollo del estudio de matemáticas en las universidades alemanas durante el siglo diecinueve véase Lorey [Lo].

Un gran número de matemáticos recibieron impresiones formativas de Dirichlet por sus lecciones o por contactos personales. Sin pretender ofrecer una lista completa, mencionamos los nombres de P. Bachmann (1837-1920), autor de numerosos libros sobre teoría de números, G. Bauer (1820-1907), profesor en Múnich, C. W. Borchardt (1817-1880), sucesor de Crelle como editor de la Revista de Crelle, M. Cantor (1829-1920), destacado historiador alemán de las matemáticas de su tiempo, E. B. Christoffel (1829-1900), conocido por su trabajo en geometría diferencial, R. Dedekind (1831-1916), célebre por su trabajo verdaderamente fundamental sobre álgebra y sobre teoría algebraica de números, G. Eisenstein (1823-1852), célebre por su profundo trabajo sobre teoría de números y funciones elípticas, A. Enneper (1830-1885), conocido por su trabajo sobre la teoría de superficies y funciones elípticas, E. Heine (1821-1881), por quien recibió su nombre el Teorema de Heine-Borel, L. Kronecker (1823-1891), editor de las obras completas de Dirichlet, quien junto con Kummer y Weierstrass hizo de Berlín un centro mundial de matemáticas en la segunda mitad del siglo diecinueve, E. E. Kummer (1810-

1893), uno de los teóricos de números más importantes del siglo diecinueve y no sólo sucesor de Dirichlet en su cátedra en Berlín, sino también autor del importante obituario [Ku] sobre Dirichlet, R. Lipschitz (1832-1903), célebre por su trabajo sobre análisis y teoría de números, B. Riemann (1826-1866), uno de los más grandes matemáticos del siglo XIX y sucesor de Dirichlet en Göttingen, E. Schering (1833-1897), editor de la primera edición de los primeros 6 volúmenes de las obras completas de Gauss, H. Schröter (1829-1892), profesor en Breslau, L. von Seidel (1821-1896), profesor en Múnich, quien introdujo la noción de convergencia uniforme, J. Weingarten (1836-1910), quien adelantó la teoría de superficies.

Las lecciones de Dirichlet tuvieron un efecto duradero incluso más allá de la tumba, a pesar de que no preparó notas. Después de su muerte, varios de sus ex alumnos publicaron libros basados en sus lecciones: en 1904, G. Arendt (1832-1915) editó las lecciones de Dirichlet sobre integrales definidas siguiendo sus lecciones de Berlín de 1854 ([D.7]). Ya en 1871 G. F. Meyer (1834-1905) había publicado las lecciones de Göttingen de 1858 sobre el mismo tema ([MG]), pero su exposición no sigue las lecciones de Dirichlet de manera tan cercana como la de Arendt. Las lecciones sobre “fuerzas inversamente proporcionales al cuadrado de la distancia” fueron publicadas por F. Grube (1835-1893) en 1876 ([Gr]). Aquí uno puede leer cómo el propio Dirichlet explicaba lo que más tarde Riemann llamó “Principio de Dirichlet”. Y por último, si bien no menos importante, están las lecciones de Dirichlet sobre teoría de números en la magistral edición de R. Dedekind, quien a través de los años amplió sus propias adiciones a una exposición pionera de los fundamentos de la teoría algebraica de los números basada en el concepto de los ideales.

8. Trabajos matemáticos

A pesar de su pesada carga de enseñanza, Dirichlet consiguió resultados de investigación de la más alta calidad durante sus años en Berlín. Cuando en 1845 A. von Humboldt le pidió a Gauss una propuesta para candidato a la orden *pour le mérite*, Gauss “no omitió nominar al profesor Dirichlet de Berlín. El mismo todavía no ha publicado – hasta donde sé – un gran trabajo, y sus memorias individuales todavía no abarcan un gran volumen. Pero son joyas, y

uno no pesa a las joyas en las balanzas del tendero” ([Bi.6], p. 88)⁴. Citamos algunos aspectos destacados de la *œuvre* de Dirichlet en el pico de su poder creativo.

A. Series de Fourier. La cuestión de si o no una función 2π -periódica “arbitraria” sobre la línea real puede expandirse en una serie trigonométrica

$$\frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sin nx)$$

era asunto de controvertidas discusiones entre los grandes analistas del siglo dieciocho, como L. Euler, J. d’Alembert, D. Bernoulli, J. Lagrange. El propio Fourier no resolvió este problema, aunque él y sus predecesores sabían que dicha expansión existe en muchos casos interesantes. Dirichlet fue el primer matemático en probar rigurosamente para una clase bastante amplia de funciones que tal expansión es posible. Su justamente famosa memoria sobre este tema se intitula *Sur la convergence des séries trigonométriques qui servent à représenter une fonction arbitraire entre des limites données* (1829) ([D.1], pp. 117-132). En este trabajo señala que es necesaria alguna restricción sobre el comportamiento de la función en cuestión para una solución positiva del problema, ya que, por ejemplo, la noción de integral “*ne signifie quelque chose*” para la función (de Dirichlet)

$$f(x) = \begin{cases} c & \text{para } x \in \mathbb{Q}, \\ d & \text{para } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}, \end{cases}$$

cuando

$$c, d \in \mathbb{R}, c \neq d$$

([D.1], p. 132). Una versión extendida de su trabajo apareció en alemán en 1837 ([D.1], pp. 133-160; [D.4]). Comentamos sobre esta versión alemana ya que contiene varios asuntos de interés general. Antes de ocuparse de su principal problema, Dirichlet clarifica algunos puntos que hoy en día pertenecen a cualquier curso introductorio al análisis real, pero que en ese tiempo no eran ni de lejos lugares comunes. Antes que nada, está la noción de

⁴ En ese entonces Dirichlet todavía no era galardonado con la orden. La obtuvo en 1855 después de la muerte de Gauss, y así se convirtió en sucesor de Gauss también como beneficiario de este extraordinario honor.

función. En *Introductio in analysin infinitorum* de Euler, la noción de función está circunscrita algo tentativamente por medio de “expresiones analíticas”, pero en su libro sobre cálculo diferencial su noción de función es tan amplia “como para comprender todas las maneras por las que una magnitud puede ser determinada por otra”. Este muy amplio concepto, sin embargo, no era generalmente aceptado. Pero después Fourier, en su *Théorie analytique de la chaleur* (1822), adelantó la opinión de que también cualquier curva no conectada puede representarse por una serie trigonométrica, y formuló una correspondiente noción general de función. Dirichlet sigue a Fourier en su memoria de 1837: “Si para cualquier x corresponde una sola y finita, a saber, de un modo tal que, cuando x corre continuamente por el intervalo desde a hasta b , $y = f(x)$ varía igualmente poco a poco, entonces y es llamada una función ...continua de x . Sin embargo, no es necesario que y , en todo este intervalo, dependa de x de acuerdo con la misma ley; uno no necesita siquiera pensar en una dependencia expresable en términos de operaciones matemáticas” ([D.1], p. 135). Esta definición es suficiente para Dirichlet, ya que él solamente considera funciones continuas pieza por pieza.

Después, Dirichlet define la integral para una función continua sobre $[a, b]$ como el límite de sumas de descomposición para descomposiciones equidistantes, cuando el número de puntos intermedios tiende al infinito. Ya que su artículo está escrito para un manual de física, no prueba formalmente la existencia de este límite, pero en sus conferencias [D.7] prueba por completo su existencia por medio de la continuidad uniforme de una función continua sobre un intervalo cerrado, que llama una “propiedad fundamental de las funciones continuas” (loc. cit., p. 7).

Después acerca tentativamente el desarrollo en una serie trigonométrica por medio de discretización. Esto hace plausible al resultado final, aunque deja sin probar al crucial proceso del límite. Por tanto, comienza de nuevo del mismo modo habitual que hoy en día: dada la función 2π -periódica continua⁵ pieza por pieza

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R},$$

forma los coeficientes de (Euler-) Fourier

⁵ finitamente muchas piezas en $[0, 2\pi]$

$$a_k := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \cos kt \, dt \quad (k \geq 0),$$

$$b_k := \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \sin kt \, dt \quad (k \geq 1),$$

y transforma la suma parcial

$$s_n(x) := \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n (a_k \cos kx + b_k \sin kx)$$

($n \geq 0$) en una integral, hoy en día conocida como la *integral de Dirichlet*,

$$s_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(t) \frac{\sin(2n+1)\frac{t-x}{2}}{\sin \frac{t-x}{2}} dt.$$

El pionero progreso del trabajo de Dirichlet encuentra hoy una sencilla y precisa condición suficiente implicando

$$\lim_{n \rightarrow \infty} s_n(x) = \frac{1}{2} (f(x+0) + f(x-0)),$$

a saber, esta relación de límite se sostiene siempre que f sea continua pieza por pieza y monótona pieza por pieza en una vecindad de x . Un papel crucial en el argumento de Dirichlet lo desempeñan una versión preliminar de lo que hoy se conoce como el lema de Riemann-Lebesgue y un teorema del valor medio para las integrales.

Empleando el mismo método, Dirichlet también demuestra la expansión de una función “arbitraria” dependiendo de dos ángulos en una serie de funciones esféricas ([D.1], pp. 283-306). El principal truco de este artículo es una transformación de la suma parcial en una integral con la forma de la integral de Dirichlet.

Una característica del trabajo de Dirichlet es su hábil aplicación del análisis a cuestiones de la teoría de números, lo que lo convirtió en el fundador de la teoría analítica de números ([Sh]). Este rasgo de su trabajo aparece por primera vez en su artículo *Über eine neue Anwendung bestimmter Integrale auf die Summation endlicher oder unendlicher Reihen*

(1835) (Sobre una nueva aplicación de integrales definidas a la sumación de series finitas o infinitas, [D.1], pp. 237-256; traducción francesa abreviada en [D.1], pp. 257-270). Aplicando su resultado sobre el comportamiento limitante de la integral de Dirichlet para n tendiendo al infinito, calcula las sumas gaussianas de la manera más lúcida, y utiliza el último resultado para ofrecer una ingeniosa prueba del teorema de reciprocidad cuadrática. (Recuérdese que el propio Gauss publicó 6 distintas pruebas de su *theorema fundamentale*, la ley de reciprocidad cuadrática (véase [G.2]).)

B. El teorema de Dirichlet sobre números primos en progresiones aritméticas.

La maestría de Dirichlet en la aplicación del análisis a la teoría de números se manifiesta más impresionantemente en su prueba del teorema sobre una infinitud de primos en cualquier progresión aritmética de la forma $(a + km)_{k \geq 1}$, donde a y m son números naturales coprimos. Con el fin de explicar por qué este teorema es de especial interés, Dirichlet ofrece el siguiente ejemplo típico ([D.1], p. 309): La ley de reciprocidad cuadrática implica que la congruencia $x^2 + 7 \equiv 0 \pmod{p}$ es soluble precisamente para aquellos primos p distintos de 2 y 7 que son de la forma $7k + 1, 7k + 2$, o $7k + 4$ para algún número natural k . Pero la ley de reciprocidad cuadrática no da ninguna información sobre la existencia de primos en cualquiera de estas progresiones aritméticas.

El teorema de Dirichlet sobre números primos en progresiones aritméticas fue primeramente publicado en alemán en 1837 (véase [D.1], pp. 307-312 y pp. 313-342); una traducción francesa fue publicada en *Liouville's Journal*, pero no fue incluida en sus obras completas (véase [D.2], p. 421). En este trabajo, Dirichlet emplea de nuevo la oportunidad para clarificar algunos puntos de interés general que en ese tiempo no eran lugares comunes. Antes de su introducción de las series- L explica la “diferencia esencial” que “existe entre dos tipos de series infinitas. Si en lugar de cada término uno considera su valor absoluto, o, si es complejo, su módulo, pueden ocurrir dos casos. O bien uno puede encontrar una magnitud finita excediendo cualquier suma finita de arbitrariamente muchos de estos valores absolutos o módulos, o esta condición no es satisfecha por ningún número finito, no importa qué tan grande. En el primer caso, la serie siempre converge y tiene una única suma definida sin importar el orden de los términos, sin importar si éstos proceden en una dimensión o si proceden en dos o más dimensiones formando una así llamada serie

doble o serie múltiple. En el segundo caso, la serie todavía puede ser convergente, pero esta propiedad, así como la suma, dependerá de una manera esencial del orden de los términos. Siempre que la convergencia tenga lugar para un cierto orden, puede fallar para otro orden, o, si este no es el caso, la suma de la serie puede ser una muy diferente” ([D.1], p. 318).

Las nuevas herramientas cruciales que le permiten a Dirichlet demostrar su teorema son las series- L , que hoy en día llevan su nombre. En el trabajo original estas series fueron introducidas por medio de raíces primitivas y raíces de unidad apropiadas, que son los valores de los caracteres. Esto hace que la representación sea un tanto larga y técnica (véase, por ejemplo, [Lan], vol. I, p. 391 y ss. o [N.2], p. 51 y ss.). En aras de la concisión, utilizamos el lenguaje moderno de caracteres: Por definición, un carácter de Dirichlet mod m es un homomorfismo

$$\chi : (\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times \rightarrow S^1,$$

donde

$$(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$$

denota al grupo de clases de residuos primos mod m y S^1 al círculo unitario en

$$\mathbb{C}.$$

A cualquier χ tal corresponde un mapa (por abuso de notación igualmente denotado por la misma letra)

$$\chi : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{C}$$

tal que

a) $\chi(n) = 0$ si y sólo si $(m, n) > 1$,

b) $\chi(kn) = \chi(k)\chi(n)$ para todo $k, n \in \mathbb{Z}$,

c) $\chi(n) = \chi(k)$ siempre que $k \equiv n \pmod{m}$,

a saber,

$$\chi(n) := \chi(n + m\mathbb{Z})$$

si $(m, n) = 1$.

El conjunto de caracteres de Dirichlet mod m es un grupo multiplicativo isomorfo a

$$(\mathbb{Z}/m\mathbb{Z})^\times$$

con el así llamado carácter principal χ_0 como elemento neutral. Para cualquier χ tal Dirichlet asocia una serie- L

$$L(s, \chi) := \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\chi(n)}{n^s} \quad (s > 1),$$

y la expande a un producto de Euler

$$L(s, \chi) = \prod_p (1 - \chi(p)p^{-s})^{-1},$$

donde el producto se extiende sobre todos los primos p . Después define el logaritmo

$$\log L(s, \chi) = \sum_p \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \frac{\chi(p)^k}{p^{ks}} \quad (s > 1)$$

y lo utiliza para cribar los primos en la progresión $(a + km)_{k \geq 1}$ por medio de una sumación sobre todos los $\phi(m)$ caracteres de Dirichlet $\chi \pmod{m}$:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\phi(m)} \sum_{\chi} \overline{\chi(a)} \log L(s, \chi) &= \sum_{\substack{k \geq 1, p \\ p^k \equiv a \pmod{m}}} \frac{1}{kp^{ks}} \\ (1) \qquad \qquad \qquad &= \sum_{p \equiv a \pmod{m}} \frac{1}{p^s} + R(s). \end{aligned}$$

Aquí, $R(s)$ es la contribución de los términos con $k \geq 2$ que converge absolutamente para $s > \frac{1}{2}$. Para $\chi \neq \chi_0$ la serie $L(s, \chi)$ incluso converge para $s > 0$ y es continua en s . El gran descubrimiento de Dirichlet ahora es que

$$(2) \quad L(1, \chi) \neq 0 \text{ para } \chi \neq \chi_0.$$

Combinando esto con la sencilla observación de que $L(s, \chi_0) \rightarrow \infty$ a medida que $s \rightarrow 1+0$, la fórmula (1) produce

$$\sum_{p \equiv a \pmod{m}} \frac{1}{p^s} \rightarrow \infty \text{ para } s \rightarrow 1+0,$$

lo que da el resultado deseado. Para ser preciso, en su artículo de 1837 Dirichlet demostró (2) sólo para números primos m , pero señaló que en el borrador original de su artículo también demostró (2) para números naturales arbitrarios m por medio de “consideraciones indirectas y bastante complicadas. Después me convencí de que podía alcanzarse la misma meta de una manera mucho más corta mediante un método distinto” ([D.1], p. 342). Con esto se refiere a su fórmula de número de clase que hace obvia la no-desaparición de $L(1, \chi)$ (véase la sección C).

El teorema de Dirichlet sobre números primos en progresiones aritméticas vale análogamente para

$$\mathbb{Z}[i]$$

en lugar de

$$\mathbb{Z}.$$

Esto fue mostrado por el propio Dirichlet en otro artículo de 1841 ([D.1], pp. 503-508 y pp. 509-532).

C. La fórmula de Dirichlet del número de clases. El 10 de septiembre de 1838, C. G. J. Jacobi le escribió a su hermano Moritz Hermann Jacobi (1801-1874), un renombrado físico en San Petersburgo, con admiración sin reservas: “Aplicando las series de Fourier a la teoría de números, recientemente Dirichlet ha encontrado resultados que tocan el máximo de la perspicacia humana” ([Ah.2], p. 47). Esta observación se remonta a una carta de Dirichlet a Jacobi sobre su investigación en la determinación del número de clases de formas cuadráticas binarias con determinante fijo. Dirichlet primero esbozó sus resultados sobre este tema y sobre el valor medio de ciertas funciones aritméticas en 1838 en un artículo publicado en la Revista de Crelle ([D.1], pp. 357-374) y desarrolló a detalle la cuestión en una muy larga memoria de 1839-1840, también en la Revista de Crelle ([D.1], pp. 411-496; [D.3]).

Siguiendo a Gauss, Dirichlet consideró formas cuadráticas

$$ax^2 + 2bxy + cy^2$$

con coeficiente medio par $2b$. Esto supone un gran número de casos tales que la fórmula del número de clases aparece finalmente en 8 versiones distintas, 4 para determinantes positivos y 4 para determinantes negativos. Más tarde, Kronecker descubrió que la cuestión puede tratarse de manera mucho más concisa si desde el comienzo uno considera formas del tipo

$$(3) \quad f(x, y) := ax^2 + bxy + cy^2.$$

Kronecker solamente publicó un breve esbozo de las modificaciones necesarias en el marco de sus investigaciones sobre funciones elípticas ([Kr], pp. 371-375); una exposición del tamaño de un libro fue subsecuentemente ofrecida por de Seguer ([Se]).

En aras de la simplicidad seguimos el enfoque de Kronecker y consideramos formas cuadráticas del tipo (3) con coeficientes integrales a, b, c y discriminante $D = b^2 - 4ac$, asumiendo que D no es el cuadrado de un entero. La cuestión crucial es si o no un entero n puede ser representado por la forma (3) al atribuir valores integrales apropiados a x, y . Esta cuestión no admite una respuesta simple en tanto que consideremos una forma individual f .

La sustitución

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \text{ con } \begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$$

transforma f en una así llamada forma (*propriadamente*) *equivalente*

$$f'(x, y) = a'x^2 + b'xy + c'y^2$$

que evidentemente tiene el mismo discriminante y representa los mismos enteros. Por lo tanto, el problema de representación necesita resolverse sólo para un sistema representativo de las *finitas* clases de equivalencia de formas binarias de discriminante fijo D . Asociado con cada forma f está su grupo de *automorfos* conteniendo todas las matrices

$$\begin{pmatrix} \alpha & \beta \\ \gamma & \delta \end{pmatrix} \in \mathrm{SL}_2(\mathbb{Z})$$

transformando f en sí misma. La cantidad realmente interesante ahora es el número $R(n, f)$ de representaciones de n por f que son desiguales con respecto a la acción natural del grupo de automorfos. Entonces $R(n, f)$ resulta ser finito, pero todavía no hay una fórmula simple para esta cantidad.

Defínase ahora f para ser *primitiva* si $(a, b, c) = 1$. Formas equivalentes a formas primitivas son primitivas. Denótese con $f_1, \dots, f_h$ un sistema representativo de formas cuadráticas binarias primitivas de discriminante D , donde $h = h(D)$ es llamado el *número de clases*. Para $D < 0$ asumimos tácitamente que $f_1, \dots, f_h$ son definidas positivas. Además, asumimos que D es un *discriminante fundamental*, esto es, D es un entero satisfaciendo o bien

(i) $D \equiv 1 \pmod{4}$, D libre de cuadrados, o

(ii) $D \equiv 0 \pmod{4}$, $\frac{D}{4} \equiv 2$ o $3 \pmod{4}$, $\frac{D}{4}$ libre de cuadrados.

Después está la fórmula simple

$$\sum_{j=1}^h R(n, f_j) = \sum_{m|n} \left(\frac{D}{m} \right) \quad (n \neq 0),$$

donde $\left(\frac{D}{\cdot} \right)$ es el así llamado *símbolo de Kronecker*, una extensión del familiar símbolo de Legendre ([Z], p. 38). La ley de reciprocidad cuadrática implica que $n \mapsto \left(\frac{D}{n} \right)$ es un así llamado carácter de Dirichlet primitivo mod $|D|$. Es sabido que cualquier carácter de Dirichlet real primitivo es uno de los caracteres $\left(\frac{D}{\cdot} \right)$ para algún discriminante fundamental D . En términos de generar funciones la última fórmula de sumas significa, suponiendo que $D < 0$,

$$\sum_{j=1}^h \sum_{(x,y) \neq (0,0)} (f_j(x,y))^{-s} = w \zeta(s) L\left(s, \left(\frac{D}{\cdot} \right)\right)$$

con $w = 2, 4$ o 6 mientras $D < -4, D = -4$ o $D = -3$, respectivamente. Empleando consideraciones geométricas, Dirichlet deduce mediante un proceso limitante la primera de sus fórmulas de número de clases

$$(4) \quad h(D) = \begin{cases} \frac{w\sqrt{|D|}}{2\pi} L\left(1, \left(\frac{D}{\cdot} \right)\right) & \text{si } D < 0, \\ \frac{\sqrt{D}}{\log \varepsilon_0} L\left(1, \left(\frac{D}{\cdot} \right)\right) & \text{si } D > 0. \end{cases}$$

En la segunda fórmula, $\varepsilon_0 = \frac{1}{2}(t_0 + u_0\sqrt{D})$ denota la solución fundamental de la ecuación de Pell $t^2 - Du^2 = 4$ (con $t_0, u_0 > 0$ mínimos). El caso $D > 0$ es decididamente más difícil que el caso $D < 0$ debido a la más difícil descripción del grupo (infinito) de automorfos en términos de las soluciones de la ecuación de Pell. La fórmula (4) sigue siendo válida incluso si D es un discriminante general ([Z], p. 73 n.). Siendo positivo y finito el número

de clases, Dirichlet fue capaz de concluir la no-desaparición de $L(1, \chi)$ (en el caso crucial de un carácter real) mencionada arriba.

Empleando sumas de Gauss, Dirichlet pudo además calcular los valores de las series- L en (4) de una forma cerrada simple. Esto produce

$$h(D) = \begin{cases} -\frac{w}{2|D|} \sum_{n=1}^{|D|-1} \left(\frac{D}{n}\right) n & \text{para } D < 0, \\ -\frac{1}{\log \varepsilon_0} \sum_{n=1}^{D-1} \left(\frac{D}{n}\right) \log \sin \frac{\pi n}{D} & \text{para } D > 0, \end{cases}$$

donde D es nuevamente un discriminante fundamental.

La versión de Kronecker de la teoría de formas cuadráticas binarias tiene la gran ventaja de poner el puente con la teoría de campos cuadráticos: siempre que D sea un discriminante fundamental, las clases de formas cuadráticas binarias de discriminante D corresponden biyectivamente a las clases de equivalencia (en sentido estricto) de ideales en

$$\mathbb{Q}(\sqrt{D}).$$

Por tanto, la fórmula de Dirichlet del número de clases puede entenderse como una fórmula para el número de clases ideal de

$$\mathbb{Q}(\sqrt{D}),$$

y se abre la puerta a la fórmula del número de clases para campos numéricos arbitrarios.

Los casos especiales de la fórmula de Dirichlet del número de clases ya habían sido observados por Jacobi en 1832 ([J.1], pp. 240-244 y pp. 260-262). Jacobi consideró las formas $x^2 + py^2$, donde $p \equiv 3 \pmod{4}$ es un número primo, y calculando ambos lados de la fórmula del número de clases estableció la coincidencia para $p = 7, \dots, 103$ y notó que $p = 3$ es un caso excepcional. Solamente hasta después de la muerte de Gauss se supo por sus documentos que ya conocía desde hace algún tiempo la fórmula del número de clases.

Las notas de Gauss están publicadas en [G.1], pp. 269-291 con comentarios de Dedekind (ibíd., pp. 292-303); véase también el reporte de Bachmann [Ba.3], pp. 51-53. En una carta a Dirichlet del 2 de noviembre de 1838, Gauss se lamentaba profundamente de no haber podido, por circunstancias desafortunadas, desarrollar su teoría de números de clases de formas cuadráticas que ya poseía desde 1801 ([Bi.9], p. 165).

En otra larga memoria ([D.1], pp. 533-618), Dirichlet extiende la teoría de formas cuadráticas y su fórmula del número de clases al anillo de enteros gaussianos

$$\mathbb{Z}[i].$$

Dirichlet llama la atención al hecho de que en este caso la fórmula para el número de clases depende de la división de la lemniscata del mismo modo que depende de la división del círculo en el caso de formas integrales racionales con determinante positivo (i. e., con discriminante negativo; véase [D.1], pp. 538, 613, 621). Por otra parte, prometió que los detalles aparecerían en la segunda parte de su memoria, que no obstante nunca salió.

Al comparar los números de clases en los dominios complejo y real, Dirichlet concluyó que

$$H(D) = \xi h(D)h(-D)$$

donde D es un determinante no-cuadrado integral racional (en la notación de Dirichlet de formas cuadráticas), $H(D)$ es el número de clases complejo, y $h(D), h(-D)$ son los reales. La constante ξ es igual a 2 siempre que la ecuación de Pell $t^2 - Du^2 = -1$ admita una solución en enteros racionales, y $\xi = 1$ si no. Para Dirichlet, “este resultado... es uno de los teoremas más bellos sobre enteros complejos y de lo más sorprendente ya que en la teoría de enteros racionales no parece haber conexión entre formas de determinantes opuestos” ([D.1], p. 508 y p. 618). Este resultado de Dirichlet ha sido el punto de partida de vastas extensiones (véase, por ejemplo, [Ba.2], [H], [He], no. 8, [K.4], [MC], [Si], [Wei]).

D. El teorema de la unidad de Dirichlet. Un entero algebraico es, por definición, un cero de un polinomio mónico con coeficientes integrales. Este concepto fue introducido por Dirichlet en una carta a Liouville ([D.1], pp. 619-623), pero su noción de lo que Hilbert

más tarde llamó el anillo de enteros algebraicos en un campo numérico permaneció un tanto imperfecta, ya que para un entero algebraico ϑ sólo consideró el conjunto

$$\mathbb{Z}[\vartheta]$$

como el anillo de enteros de

$$\mathbb{Q}(\vartheta).$$

A pesar de esta imperfección menor, consiguió determinar la estructura del grupo de unidades de este anillo en su pionera memoria *Zur Theorie der complexen Einheiten* (Sobre la teoría de unidades complejas, [D.1], pp. 639-644). Su exposición, algo incompleta, fue más tarde desarrollada a detalle por su alumno Bachmann en su *Habilitationsschrift* en Breslau ([Ba.1]; véase también [Ba.2]).

En la más familiar notación moderna, el teorema de la unidad describe la estructura del grupo de unidades como sigue: Sea K un campo numérico algebraico con r_1 incrustaciones reales y $2r_2$ complejas (no reales) y anillo de enteros

$$\mathfrak{o}_K.$$

Entonces el grupo de unidades de

$$\mathfrak{o}_K$$

es igual al producto directo del grupo (cíclico finito) $E(K)$ de raíces de unidad contenidas en K y un grupo abeliano libre de rango $r := r_1 + r_2 - 1$. Esto significa: Existen r “unidades fundamentales” $\eta_1, \dots, \eta_r$ y una raíz de unidad d -ésima primitiva ζ ($d = |E(K)|$) tales que cada unidad

$$\varepsilon \in \mathfrak{o}_K$$

se obtiene precisamente una vez en la forma

$$\varepsilon = \zeta^k \eta_1^{n_1} \dots \eta_r^{n_r}$$

con

$$0 \leq k \leq d-1, n_1, \dots, n_r \in \mathbb{Z}.$$

Este resultado es uno de los pilares básicos de la teoría de números algebraicos.

En el enfoque de Dirichlet el anillo

$$\mathbb{Z}[\vartheta]$$

es de índice finito en el anillo de todos los enteros algebraicos (en el sentido moderno), y lo mismo vale para los correspondientes grupos de unidades. Por tanto, el rango r no depende de la elección del elemento generador ϑ del campo

$$K = \mathbb{Q}(\vartheta).$$

(Nótese que

$$\mathbb{Z}[\vartheta]$$

sí depende de dicha elección.)

Un caso especial importante del teorema de la unidad, a saber, el caso $\vartheta = \sqrt{D}$ ($D > 1$ un entero libre de cuadrados), era conocido antes. En este caso, la determinación de las unidades se reduce a la ecuación de Pell, y se encuentra primero el fenómeno de que todas las unidades se obtienen al formar todas las potencias integrales de una unidad fundamental y al multiplicar éstas por ± 1 . El mismo Dirichlet extendió este resultado al caso de ϑ satisfaciendo una ecuación cúbica ([D.1], pp. 625-632) antes de ocuparse del caso general.

De acuerdo con C. G. J. Jacobi, el teorema de la unidad es “uno de los más importantes, pero uno de los más espinosos de la ciencia de la teoría de números” ([J.3], p. 312, nota de pie de página, [N.1], p. 123, [Sm], p. 99). Se dice que Dirichlet descubrió la idea de la prueba mientras escuchaba música de Pascua en la Capilla Sixtina durante su viaje a Italia (1843-1845; compárese [D.2], p. 343 y [H.1], vol. 2, pp. 291-300).

Una característica especial del trabajo de Dirichlet es su admirable combinación de observaciones sorprendentemente simples con un pensamiento penetrante, lo que le condujo a resultados profundos. Un ejemplo notable de tal observación simple es el así llamado *principio de las cajas de Dirichlet* (también llamado *principio de los cajones* o *principio del palomar*), que establece que siempre que más de n objetos estén distribuidos en n cajas, entonces habrá al menos una caja conteniendo dos objetos. Dirichlet ofreció una sorprendente aplicación de este principio bastante obvio en un breve artículo ([D.1], pp. 633-638) en el que prueba la siguiente generalización de un bien conocido teorema sobre aproximación racional de números irracionales: *Supóngase que los números reales $\alpha_1, \dots, \alpha_m$ son tales que $1, \alpha_1, \dots, \alpha_m$ son linealmente independientes sobre*

$\mathbb{Q}$.

Entonces existen infinitas $(m+1)$ -tuplas integrales $(x_0, x_1, \dots, x_m)$ tales que $(x_1, \dots, x_m) \neq (0, \dots, 0)$ y

$$|x_0 + x_1\alpha_1 + \dots + x_m\alpha_m| < \left(\max_{1 \leq j \leq m} |x_j| \right)^{-m}.$$

La prueba de Dirichlet: Sea n un número natural, y permitamos que $x_1, \dots, x_m$ asuman independientemente todos los $2n+1$ valores integrales $-n, -n+1, \dots, 0, \dots, n-1, n$. Esto da $(2n+1)^m$ partes fraccionales $\{x_1\alpha_1 + \dots + x_m\alpha_m\}$ en el intervalo de unidad medio abierto $[0, 1[$. Divídase $[0, 1[$ en $(2n)^m$ subintervalos medio abiertos de igual longitud $(2n)^{-m}$. Entonces dos de los ya mencionados puntos pertenecen al mismo subintervalo. Formando la diferencia de las correspondientes combinaciones

$\mathbb{Z}$ -lineales,

uno obtiene enteros $x_0, x_1, \dots, x_m$ tales que $x_1, \dots, x_m$ son de valor absoluto a lo sumo $2n$ y no todos cero y tales que

$$|x_0 + x_1\alpha_1 + \dots + x_m\alpha_m| < (2n)^{-m}.$$

Como n fue arbitrario, se sigue la afirmación. Como señala Dirichlet, el teorema de aproximación expresado arriba es crucial en la prueba del teorema de la unidad porque implica que pueden encontrarse r unidades independientes. La parte más fácil del teorema, a saber, que el rango libre del grupo de unidades es a lo sumo r , es considerada obvia por Dirichlet.

E. El principio de Dirichlet. Pasamos por alto el valioso trabajo de Dirichlet sobre integrales definidas y sobre la física matemática ([Bu]), pero no podemos dejar de mencionar el llamado *principio de Dirichlet*, ya que desempeñó un papel muy importante en la historia del análisis (véase [Mo]). El *problema de Dirichlet* se refiere al siguiente problema: Dado un dominio (digamos, acotado)

$$G \subset \mathbb{R}^3$$

y una función de valor real continua f en la frontera (digamos, suave) ∂G de G , encontrar una función continua de valor real u , definida en el cierre $\overline{G}$ de G , tal que u sea dos veces continuamente diferenciable en G y satisfaga la ecuación de Laplace

$$\Delta u = 0 \quad \text{en } G$$

y tal que $u|_{\partial G} = f$. El principio de Dirichlet ofrece un método engañosamente simple de cómo resolver este problema: Encuéntrese una función

$$v : \overline{G} \rightarrow \mathbb{R},$$

continua en $\overline{G}$ y continuamente diferenciable en G , tal que

$$v|_{\partial G} = f$$

y tal que la integral de Dirichlet

$$\int_G (v_x^2 + v_y^2 + v_z^2) dx dy dz$$

asuma su valor mínimo. Entonces v resuelve el problema.

El nombre de Dirichlet fue atribuido a este principio por Riemann en su memoria de época sobre funciones abelianas (1857), aunque Riemann era muy consciente del hecho de que el método ya había sido utilizado por Gauss en 1839. Igualmente, W. Thomson (Barón Kelvin de Largs, 1824-1907) hizo uso de este principio en 1847, como también lo sabía Riemann. No obstante, nombró el principio por Dirichlet “porque el profesor Dirichlet me informó que había venido utilizando este método en sus lecciones (desde comienzos de la década de 1840 (si no me equivoco))” ([EU], p. 278).

Riemann usó la versión bidimensional del principio de Dirichlet de una manera bastante liberal. Lo aplicó no sólo a dominios planos sino también a dominios bastante arbitrarios sobre superficies de Riemann. No se restringió a funciones suficientemente suaves, sino que admitió singularidades, por ejemplo, singularidades logarítmicas, con el fin de probar sus teoremas de existencia para funciones y diferenciales sobre superficies de Riemann. Como Riemann ya había señalado en su tesis doctoral (1851), este método “abre el camino para investigar ciertas funciones de una variable compleja independientemente de una expresión [analítica] para ellas”, esto es, para ofrecer pruebas de existencia para ciertas funciones sin ofrecer una expresión analítica para ellas ([EU], p. 283).

Desde el punto de vista actual, el ingenuo uso del principio de Dirichlet está abierto a serias dudas, ya que de ningún modo es claro que exista una función v satisfaciendo la condición de acotamiento para la cual se alcanza realmente el valor ínfimo de la integral de Dirichlet. Esto condujo a serias críticas del método en la segunda mitad del siglo diecinueve, desacreditando el principio. Debe haber sido un gran alivio para muchos matemáticos cuando D. Hilbert (1862-1943), alrededor del cambio de siglo pasado, probó una versión precisa del principio de Dirichlet que fue suficientemente general como para permitir las habituales aplicaciones función-teoréticas.

Sólo hay unas cuantas breves notas sobre el cálculo de probabilidad, la teoría de errores, y el método de mínimos cuadrados en las obras completas de Dirichlet. No obstante, han sobrevivido un número considerable de fuentes no publicadas sobre estos temas, que han sido evaluadas en [F].

9. Amistad con Jacobi

Dirichlet y C. G. J. Jacobi se conocieron en 1829, poco después del traslado de Dirichlet a Berlín, durante un viaje a Halle, y desde ahí junto con W. Weber a Turingia. En ese tiempo Jacobi tenía una cátedra en Königsberg, pero solía visitar a su familia en Potsdam, cerca de Berlín, y él y Dirichlet hicieron buen uso de estas ocasiones para verse e intercambiar puntos de vista sobre asuntos matemáticos. Durante sus vidas tuvieron gran estima uno por el otro, aunque sus caracteres eran muy distintos. Jacobi era extrovertido, vívido, ingenioso, a veces bastante contundente; Dirichlet era más introvertido, reservado, refinado, y encantador. En el prefacio a sus tablas *Canon arithmeticus* de 1839, Jacobi agradece a Dirichlet por su ayuda. Bien podría haber extendido su gratitud a la familia Dirichlet. En la verificación del medio millón de números, también la esposa y la madre de Dirichlet, quien después de la muerte de su esposo en 1837 vivió en la casa de Dirichlet, ayudaron con los demandantes cálculos (véase [Ah.2], p. 57).

Cuando Jacobi cayó gravemente enfermo con *diabetes mellitus*, Dirichlet viajó a Königsberg por 16 días, asistió a su amigo, y “desarrolló un ansia nunca vista en él antes”, como Jacobi escribió a su hermano Moritz Hermann ([Ah.2], p. 99). Dirichlet obtuvo un expediente clínico por parte del médico de Jacobi, se lo mostró al médico personal del rey Federico Guillermo IV, quien accedió a tratarlo y, para una mejor recuperación, recomendó una estancia en el clima templado de Italia durante el invierno. El asunto fue llevado inmediatamente a la atención del rey por el infatigable A. von Humboldt, y Su Majestad del momento concedió un generoso apoyo de 2000 táleros para los gastos del viaje.

Jacobi estaba feliz por tener como compañía a su estudiante de doctorado Borchardt, quien recién había pasado su examen, y todavía más feliz por saber que Dirichlet, junto con su familia, también pasaría todo el invierno en Italia para fortalecer el valor de su esposa. Steiner también tenía problemas de salud, e igualmente viajó a Italia. Fueron acompañados por el profesor suizo L. Schläfli (1814-1895), quien era un genio en lenguajes y ayudó como intérprete; a cambio obtuvo instrucción matemática de Dirichlet y Steiner, y después se volvió un renombrado matemático. Eventos y encuentros dignos de notarse durante el viaje están recogidos en las cartas de [Ah.2] y [H.1]. Un aspecto interesante especial fue la

audiencia de Dirichlet y Jacobi con el Papa Gregorio XVI el 28 de diciembre de 1843 (véase [Koe], p. 317 nota de pie de página).

En junio de 1844 Jacobi regresó a Alemania y obtuvo la “transferencia a la Academia de Ciencias de Berlín con un salario de 3000 táleros y el permiso, sin obligación, de dar clases en la universidad” ([P], p. 27). Dirichlet tuvo que aplicar dos veces para una prolongación de su licencia debido a una enfermedad seria. Jacobi demostró ser un verdadero amigo y tomó el lugar de Dirichlet en la Escuela Militar y en la universidad y así le ayudó a evitar fuertes pérdidas financieras. En la primavera de 1845, Dirichlet regresó a Berlín. Su familia pudo seguirlo solamente unos meses después bajo circunstancias un tanto dramáticas con la ayuda de la familia Hensel, ya que en febrero de 1845 nació en Florencia la hija de Dirichlet, Flora.

Durante los siguientes años Dirichlet y Jacobi se hicieron más cercanos; se reunían virtualmente cada día. El rigor matemático de Dirichlet era legendario ya entre sus contemporáneos. Cuando en 1846 recibió un muy prestigioso llamado de la Universidad de Heidelberg, Jacobi le proporcionó argumentos a A. von Humboldt por medio de los cuales el ministro habría de ser impulsado a mejorar las condiciones de Dirichlet para mantenerlo en Berlín. Jacobi explicó (véase [P], p. 99): “En ciencia, Dirichlet tiene dos características que constituyen su especialidad. Él solo, no yo, ni Cauchy, ni Gauss, sabe lo que es una prueba matemática perfectamente rigurosa. Cuando Gauss dice que ha *probado* algo, es muy probable para mí, cuando lo dice Cauchy, uno puede apostar tanto a favor como en contra, cuando lo dice Dirichlet, es *certero*; yo prefiero no meterme en dichas sutilezas. Segundo, Dirichlet ha creado una *nueva rama* de las matemáticas, la *aplicación de las series infinitas*, que Fourier introdujo en la teoría del calor, a la investigación de las propiedades de los números primos... Dirichlet ha preferido ocuparse principalmente de dichos temas, que ofrecen las mayores dificultades ...” A pesar de varios aumentos, a Dirichlet todavía no se le pagaba el salario regular de un profesor de tiempo completo en 1846; su salario anual era de 800 táleros más su ingreso de la Escuela Militar. Después del llamado a Heidelberg la suma se incrementó en 700 táleros hasta 1500 táleros al año; y Dirichlet se quedó en Berlín – con la carga de enseñanza en la Escuela Militar sin cambios.

10. Amistad con Liouville

Joseph Liouville (1809-1882) fue uno de los principales matemáticos franceses de su tiempo. Comenzó sus estudios en la *École Polytechnique* cuando Dirichlet estaba por dejar París, y entonces nunca tuvieron oportunidad de conocerse durante sus días de estudiantes. En 1833 Liouville comenzó a enviar sus artículos a Crelle. Esto lo puso en contacto con las matemáticas de Alemania y lo hizo consciente de las insuficientes facilidades de publicación en su país natal. Por tanto, en 1835, decidió crear una nueva revista matemática francesa, la *Journal de Mathématiques Pures et Appliquées*, en breve, la *Journal de Liouville*. En ese tiempo, era sólo un *répétiteur* (entrenador) de 26 años de edad. La revista resultó ser un éxito duradero. Liouville la dirigió sin ayuda por casi 40 años, y hoy en día la revista goza de una gran reputación.

En el verano de 1839 Dirichlet estaba vacacionando en París, y él y Liouville fueron invitados a cenar por Cauchy. Fue probablemente en esta ocasión que se conocieron, y pronto desarrollaron una devota amistad. Después de su regreso a Berlín, Dirichlet se ocupó de que Liouville fuese elegido un miembro correspondiente⁶ de la Academia de Ciencias de Berlín, y le envió una carta a Liouville sugiriéndole que deberían entablar una correspondencia científica ([Lü], p. 59 y ss.). Liouville accedió gustosamente; parte de la correspondencia fue publicada después ([T]). Por otra parte, durante los siguientes años, Liouville se ocupó de que las traducciones francesas de muchos de los artículos de Dirichlet fuesen publicadas en su revista. Contrariamente a los planes iniciales de Kronecker, no todas de estas traducciones fueron impresas en [D.1], [D.2]; los artículos faltantes están enlistados en [D.2], pp. 421-422.

La amistad de los dos hombres se profundizó y extendió a sus familias durante las visitas de Dirichlet a la casa de Liouville en Toul en el otoño de 1853 y en marzo de 1856, cuando Dirichlet utilizó la oportunidad de asistir a una reunión de la Academia Francesa de Ciencias en la capacidad de miembro extranjero, a lo que había sido elegido en 1854. En ocasión de la segunda visita, la Sra. Liouville le compró un vestido a la Sra. Dirichlet, “*la fameuse robe qui fait toujours l’admiration de la société de Gættingue*”, como Dirichlet escribió en su carta de agradecimiento ([T], *Suite*, p. 52).

⁶ Se hizo miembro externo en 1876.

La Sra. de Blignières, una hija de Liouville, recordó una divertida historia sobre las largas discusiones entre Dirichlet y su padre ([T], p. 47, nota de pie de página): Ambos tenían mucho que decir; ¿cómo era posible limitar justamente el tiempo de uso de la palabra? Liouville no podía soportar las lámparas, iluminaba su cuarto con velas de cera y cebo. Para medir el tiempo de los hablantes, retornaron a un viejo método que probablemente puede rastrearse al menos hasta tiempos medievales: Clavaban un cierto número de alfileres en una de las velas a distancias uniformes. Entre dos alfileres el hablante tenía el privilegio de no ser interrumpido. Cuando caía el último alfiler, los dos geómetras se iban a dormir.

11. Vicisitudes de vida

Después de las muertes de Abraham Mendelssohn Bartholdy en 1835 y de su esposa Lea en 1842, la casa Mendelssohn fue primeramente conducida, como antes, por Fanny Hensel, con música dominical y contactos cercanos entre las familias de los hermanos, con amigos y conocidos. Entonces llegó el catastrófico año de 1847: Fanny murió de manera completamente inesperada de un accidente cerebrovascular, y su hermano Felix, profundamente conmovido por su prematura muerte, murió poco después también de un accidente cerebrovascular. Sebastian Hensel, el hijo menor de edad de Fanny y Wilhelm Hensel, fue adoptado por la familia Dirichlet. A él le debemos interesantes descripciones de primera mano de las familias Mendelssohn y Dirichlet ([H.1], [H.2]).

Después llegó la Revolución de Marzo de 1848 con su profundo impacto político. El rey Federico Guillermo IV demostró ser incapaz de manejar la situación, el ejército fue retirado, y una guardia cívica organizó la protección de las instituciones públicas. Riemann, en ese momento estudiante en Berlín, montó guardia en frente del Palacio Real de Berlín. Dirichlet, con un viejo rifle, guardó el palacio del Príncipe de Prusia, un hermano del rey, quien había huido (por miedo a la guillotina); más tarde sucedió al rey cuando empeoró la salud mental de éste, y al final se convirtió en el Káiser alemán Guillermo I en 1871.

Después de la revolución, los círculos reaccionarios reprendieron severamente a los revolucionarios y a otras personas con un modo liberal de pensar: Jacobi sufrió una presión masiva, la prensa conservadora publicó una lista de profesores liberales: “El contingente rojo del personal está constituido por los nombres ...” (siguen 17 nombres, incluyendo a

Dirichlet, Jacobi, Virchow; véase [Ah.2], p. 219). La familia Dirichlet no sólo tenía un modo liberal de pensar, también actuaban en consecuencia. En 1850 Rebecka Dirichlet ayudó al revolucionario Carl Schurz, quien había venido de incógnito, a liberar al revolucionario G. Kinkel de la prisión en Spandau ([Lac], pp. 244-245). Schurz y Kinkel huyeron a Inglaterra; más tarde, Schurz se convirtió en un destacado político en Estados Unidos.

El sentimiento general en la Escuela Militar cambió considerablemente. Inmediatamente después de la revolución la escuela fue cerrada por un tiempo, causando para Dirichlet una considerable pérdida de ingresos. Cuando fue reabierta, entre los oficiales se había esparcido un espíritu reaccionario, y Dirichlet ya no se sentía a gusto ahí.

Un aspecto interesante en aquellos tiempos difíciles fue la participación de Dirichlet y Jacobi en la celebración del quincuagésimo jubileo de aniversario del doctorado de Gauss en Göttingen, en 1849. Jacobi dio una interesante descripción de este evento en una carta a su hermano ([Ah.2], pp. 227-228); para una descripción general véase [Du], pp. 275-279. Gauss tenía un humor alegre en esa festividad y estuvo a punto de encender su pipa con el manuscrito original de sus *Disquisitiones arithmeticae*. Dirichlet estaba horrorizado, rescató el documento, y lo atesoró por el resto de su vida. Después de su muerte, se encontró el documento entre sus papeles.

El año de 1851 resultó nuevamente catastrófico: Jacobi murió bastante inesperadamente de viruela el mismo día que el pequeño Felix, un hijo de Felix Mendelssohn Bartholdy, fue enterrado. La terrible conmoción de estos eventos puede sentirse en la carta de Rebecka a Sebastian Hensel ([H.2], pp. 133-134). El 1 de julio de 1852, Dirichlet dio un muy conmovedor discurso conmemorativo a la Academia de Ciencias de Berlín en honor de su gran colega e íntimo amigo Carl Gustav Jacob Jacobi ([D.5]).

12. Dirichlet en Göttingen

Cuando Gauss murió el 23 de febrero de 1855, la Universidad de Göttingen quiso unánimemente ganarse a Dirichlet como su sucesor. Se dice que Dirichlet se habría quedado en Berlín si Su Majestad no hubiese querido que se fuera, si su salario hubiese aumentado y si hubiese estado exento de sus deberes de enseñanza en la Escuela Militar

([Bi.7], p. 121, nota 3). También se dice que Dirichlet había declarado su voluntad de aceptar el llamado a Göttingen y que después de eso no quiso revisar su decisión. Göttingen actuó más rápido y más eficientemente que la lenta burocracia de Berlín. El curso de los acontecimientos está registrado con algo de pesar por Rebecka Dirichlet en una carta del 4 de abril de 1855 a Sebastian Hensel ([H.2], p. 187): “Históricamente registrado, ... el pequeño Weber vino desde Göttingen como una persona extraordinariamente autorizada para concluir el asunto. Paul [Mendelssohn Bartholdy, hermano de Rebecka] y [G.] Magnus [1802-1870, físico en Berlín] sugirieron fuertemente que Dirichlet hiciera uso del llamado a la manera de los profesores, ya que nadie se atrevía a acercarse al ministro antes de que el llamado estuviese disponible por escrito; sin embargo, Dirichlet no quiso hacer esto, y no pude persuadirlo con buena consciencia de que lo hiciera.”

En muy poco tiempo Rebecka rentó un apartamento en Göttingen, Gotmarstrasse 1, parte de una gran casa que todavía existe, y la familia Dirichlet se mudó con sus dos niños más pequeños, Ernst y Flora, a Göttingen. Rebecka pudo escribirle a Sebastian Hensel: “Dirichlet está contentissimo” ([H.2], p. 189). Un año después la familia Dirichlet compró la casa en Mühlenstrasse 1, que todavía existe y tiene una placa conmemorativa. La casa y el jardín (de nuevo con un pabellón) están descritos en los diarios del Consejero de Legación Secreta K. A. Varnhagen von Ense (1785-1858), un amigo de los Dirichlet que los visitó en Göttingen. Rebecka intentó revivir la vieja gloria de la casa Mendelssohn con grandes fiestas de hasta 60-70 personas, mucha música con ejecuciones del extraordinario violinista Joseph Joachim y de la renombrada pianista Clara Schumann – y con Dedekind tocando vals en el piano para que los asistentes bailaran.

Dirichlet rápidamente se sintió como en casa en Göttingen y entró en fructíferos contactos con la generación más joven, especialmente con R. Dedekind y B. Riemann (en ese tiempo asistente de W. Weber), quienes habían conseguido sus doctorados y su *Habilitation* bajo Gauss. Ambos estaban profundamente agradecidos con Dirichlet por el estímulo y la ayuda que les dio. Esto puede deducirse de varias de las cartas de Dedekind a miembros de su familia (por ejemplo [Sch], p. 35): “Lo más útil para mí es mi contacto con Dirichlet casi a diario, de quien realmente he comenzado a aprender propiamente; siempre es constantemente amable conmigo, me dice con franqueza qué brechas debo llenar, e

inmediatamente me da instrucciones y medios para hacerlo.” Y en otra carta (ibíd., p. 37) leemos las palabras casi proféticas: “Además, tengo mucho contacto con mi excelente colega Riemann, quien sin duda es después o incluso con Dirichlet el más profundo de los matemáticos vivos y pronto será reconocido como tal, cuando su modestia le permita publicar ciertas cosas que, no obstante, por un tiempo sólo serán entendidas por unos pocos.” Comparando, por ejemplo, la tesis doctoral de Dedekind con su posterior profundo trabajo pionero uno puede apreciar bien su observación de que Dirichlet “hizo un nuevo ser humano” de él ([Lo], p. 83). Dedekind asistió a todas las clases de Dirichlet en Göttingen, aunque ya era un *Privatdozent* que al mismo tiempo daba lo que se presume son las primeras lecciones sobre la teoría de Galois en la historia de las matemáticas. Claramente, Dedekind era el editor ideal para las lecciones de Dirichlet sobre teoría de números ([D.6]).

Riemann ya había estudiado con Dirichlet en Berlín entre 1847 y 1849 antes de regresar a Göttingen a terminar su tesis, una parte crucial de la cual estaba basada en el Principio de Dirichlet. Ya en 1852 Dirichlet había pasado algún tiempo en Göttingen, y Riemann estaba feliz de tener ocasión de revisar su tesis con él y de tener una extendida discusión sobre su *Habilitationsschrift* sobre series trigonométricas, en cuyo curso Riemann obtuvo un montón de valiosísimos consejos. Cuando Dirichlet fue llamado a Göttingen, pudo proporcionar la pequeña suma de 200 táleros de pago al año a Riemann, que incrementó a 300 táleros en 1857 cuando Riemann fue ascendido al rango de profesor asociado.

No puede haber duda de que los primeros años en Göttingen fueron muy felices para Dirichlet. Era un profesor muy estimado, su carga de enseñanza era mucho menor que en Berlín, lo que le dejaba más tiempo para investigar, y podía rodearse de un devoto círculo de excelentes estudiantes. Desafortunadamente, los resultados de su investigación durante sus últimos años se han perdido casi por completo. Dirichlet tenía un fantástico poder de concentración y una excelente memoria, lo que le permitía trabajar en cualquier momento y en cualquier lugar sin pluma y papel. Sólo cuando un trabajo estaba plenamente desarrollado en su mente, lo escribía con sumo cuidado para su publicación. Desafortunadamente, el destino no le permitió escribir los últimos frutos de su pensamiento, sobre los cuales tenemos poco conocimiento (véase [D.2], p. 343 nota de pie de página y p. 420).

Cuando las clases del semestre de verano del año 1858 llegaron a su fin, Dirichlet hizo un viaje a Montreux (Suiza) para preparar un discurso conmemorativo sobre Gauss, a celebrarse en la Sociedad de Ciencias de Göttingen, y para escribir un trabajo sobre hidrodinámica. (A petición de Dirichlet, el último trabajo fue preparado para su publicación por parte de Dedekind más tarde; véase [D.2], pp. 263-301.) En Montreux sufrió de un infarto y regresó a Göttingen mortalmente enfermo. Gracias a buenos cuidados parecía recuperarse. Después, el 1 de diciembre de 1858, Rebecka murió repentinamente y de manera completamente inesperada de un derrame cerebral. Todo mundo sospechaba que Dirichlet no sobreviviría por mucho tiempo este giro del destino. Sebastian Hensel visitó a su tío por última vez durante la navidad de 1858 y más tarde anotó sus sentimientos ([H.2], p. 311 nota de pie de página): “La condición de Dirichlet era desesperanzadora, sabía precisamente cómo estaban las cosas para él, pero enfrentó la muerte tranquilamente, lo que era edificante observar. ¡Y ahora la pobre abuela! Su miseria ... por perder también al último hijo que le quedaba, ... fue terrible de observar. Era obvio que Flora, la única niña todavía en la casa, no podía quedarse ahí. La llevé a Prusia ...” Dirichlet murió el 5 de mayo de 1859, un día antes que su fiel amigo Alexander von Humboldt, quien murió el 6 de mayo de 1859 a sus 90 años de vida. La tumba de Rebecka y Gustav Lejeune Dirichlet en Göttingen todavía existe y pronto estará en buenas condiciones otra vez, cuando termine el trabajo de restauración (2006). La madre de Dirichlet sobrevivió a su hijo por 10 años más y murió hasta sus 100 años de vida. Wilhelm Weber se hizo cargo de la tutela de los hijos menores de edad de Dirichlet ([Web], p. 98).

La Academia de Ciencias de Berlín honró a Dirichlet con un discurso conmemorativo formal ofrecido por Kummer el 5 de julio de 1860 ([Ku]). Además, la Academia ordenó la edición de las obras completas de Dirichlet. El primer volumen fue editado por L. Kronecker y apareció en 1889 ([D.1]). Después de la muerte de Kronecker, la edición del segundo volumen fue completada por L. Fuchs y apareció en 1897 ([D.2]).

Conclusión

Henry John Stephen Smith (1826-1883), dublinés Profesor Saviliano de Geometría en la Universidad de Oxford, era conocido entre sus contemporáneos como el erudito más distinguido de esos días en Oxford. En 1858 Smith comenzó a escribir un reporte sobre la

teoría de números empezando con las investigaciones de P. de Fermat y terminando con los entonces (1865) últimos resultados de Kummer, Kronecker, y Hurwitz. Las seis partes del reporte de Smith aparecieron entre el periodo de 1859 a 1865 y son muy instructivas para leer hoy ([Sm]). Cuando preparó la primera parte de su reporte, Smith recibió la triste noticia de la muerte de Dirichlet, y no pudo evitar añadir la siguiente nota de pie a su texto ([Sm], p. 72), apreciando el gran servicio de Dirichlet a la teoría de números: “La muerte de este eminente geómetra en este año (5 de mayo de 1859) es una pérdida irreparable para la ciencia de la aritmética. Sus originales investigaciones probablemente han contribuido más a su progreso que las de cualquier otro autor desde los tiempos de Gauss, si, al menos, estimamos resultados más por su importancia que por su número. También se aplicó (en varias de sus memorias) a darles un carácter elemental a las teorías aritméticas que, tal como aparecen en el trabajo de Gauss, son tediosas y oscuras; y ha hecho mucho por *popularizar* la teoría de números entre los matemáticos – un servicio que es imposible apreciar demasiado.”

Reconocimiento. El autor agradece al Prof. Dr. S. J. Patterson (Göttingen) por sus mejoras del texto.

Referencias

- [A] Abel, N. H.: Mémorial publié à l’occasion du centenaire de sa naissance. Kristiania: Dybwad, París: Gauthier-Villars, Londres: Williams & Norgate, Leipzig: Teubner, 1902
- [Ah.1] Ahrens, W.: Peter Gustav Lejeune-Dirichlet. Math.-naturwiss. Blätter **2**, 36-39 y 51-55 (1905)
- [Ah.2] Ahrens, W. (ed.): Briefwechsel zwischen C. G. J. Jacobi und M. H. Jacobi. Leipzig: Teubner, 1907
- [Ba.1] Bachmann, P.: De unitatum complexarum theoria. Habilitationsschrift. Breslau, 1864
- [Ba.2] Bachmann, P.: Zur Theorie der complexen Zahlen. J. Reine Angew. Math. **67**, 200-204 (1867)
- [Ba.3] Bachmann, P.: Über Gauss’ zahlentheoretische Arbeiten. Materialien für eine wissenschaftliche Biographie von Gauss, ed. por F. Klein y M. Brendel, Heft 1. Leipzig: Teubner, 1911
- [Bi.1] Biermann, K.-R.: Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet. Dokumente für sein Leben und Wirken. (Abh. Dt. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math., Phys. Techn. 1959, No. 2) Berlín: Akademie-Verlag, 1959

- [Bi.2] Biermann, K.-R.: Über die Förderung deutscher Mathematiker durch Alexander von Humboldt. En: Alexander von Humboldt. Gedenkschrift zur 100. Wiederkehr seines Todestages. Berlín: Akademie-Verlag, 1959, pp. 83-159
- [Bi.3] Biermann, K.-R.: Dirichletiana. Mon.-Ber. Dt. Akad. Wiss. Berlin **2**, 386-389 (1960)
- [Bi.4] Biermann, K.-R.: Vorschläge zur Wahl von Mathematikern in die Berliner Akademie. (Abh. Dt. Akad. Wiss. Berlin, Kl. Math., Phys., Techn. 1960, No. 3) Berlín: Akademie-Verlag, 1960
- [Bi.5] Biermann, K.-R.: Alexander von Humboldts wissenschaftsorganisatorisches Programm bei der Übersiedlung nach Berlin. Mon.-Ber. Dt. Akad. Wiss. Berlin **10**, 142-147 (1968)
- [Bi.6] Biermann, K.-R. (ed.): Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und Carl Friedrich Gauss. Berlín: Akademie-Verlag, 1977
- [Bi.7] Biermann, K.-R. (ed.): Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und Peter Gustav Lejeune Dirichlet. Berlín: Akademie-Verlag, 1982
- [Bi.8] Biermann, K.-R.: Die Mathematik und ihre Dozenten an der Berliner Universität, 1810-1933. Berlín: Akademie-Verlag, 1988
- [Bi.9] Biermann, K.-R. (ed.): Carl Friedrich Gauss. Der "Fürst der Mathematiker" in Briefen und Gesprächen. Múnich: C. H. Beck, 1990
- [Bu] Butzer, P.: Dirichlet and his role in the founding of mathematical physics. Arch. Int. Hist. Sci. **37**, 49-82 (1987)
- [BuJZ] Butzer, P. L., Jansen, M., Zilles, H: Johann Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859), Genealogie und Werdegang. Dürener Geschichtsblätter, Mitteilungen des Dürener Geschichtsvereins e. V., Nr. **71**, Düren, 1982, pp. 31-56
- [D.1] Dirichlet, P. G. Lejeune: Werke, vol. 1. Ed. por L. Kronecker. Berlín: Reimer, 1889
- [D.2] Dirichlet, P. G. Lejeune: Werke, vol. 2. Ed. por L. Kronecker, continuado por L. Fuchs. Berlín: Reimer, 1897
- [D.3] Dirichlet, P. G. Lejeune: Untersuchungen über verschiedene Anwendungen der Infinitesimalanalysis auf die Zahlentheorie. 1839-1840. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften **91**, ed. por R. Haussner.) Leipzig: Engelmann, 1897
- [D.4] Dirichlet, P. G. Lejeune: Die Darstellung ganz willkürlicher Funktionen durch Sinus- und Kosinusreihen. 1837. – Seidel, Philipp Ludwig: Note über eine Eigenschaft der Reihen, welche

- diskontinuierliche Funktionen darstellen. 1847. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften **116**, ed. por H. Liebmann.) Leipzig: Engelmann, 1900
- [D.5] Dirichlet, P. G. Lejeune: Gedächtnisrede auf Carl Gustav Jacob Jacobi. Abh. Kgl. Akad. Wiss. Berlin 1852, 1-27; también en J. Reine Angew. Math. **52**, 193-217 (1856); también en [D.2], pp. 227-252, y en C. G. J. Jacobi: Gesammelte Werke, vol. 1. (C. W. Borchardt, ed.) Berlín: Reimer, 1881, pp. 1-28. Reimpreso en: Reichardt, H. (ed.): Nachrufe auf Berliner Mathematiker des 19. Jahrhunderts. C. G. J. Jacobi, P. G. L. Dirichlet, E. E. Kummer, L. Kronecker, K. Weierstrass. (Teubner-Archiv zur Mathematik **10**.) Leipzig: Teubner, 1988, pp. 7-32
- [D.6] Dirichlet, P. G. Lejeune: Vorlesungen über Zahlentheorie von P. G. Lejeune Dirichlet, Herausgegeben und mit Zusätzen versehen von R. Dedekind. 4^a ed., mejorada y alargada. Braunschweig: Vieweg, 1894
- [D.7] Dirichlet, P. G. Lejeune: Vorlesungen über die Lehre von den einfachen und mehrfachen bestimmten Integralen, ed. por G. Arendt. Braunschweig: Vieweg, 1904
- [Du] Dunnington, G. W.: Carl Friedrich Gauss. Titan of science. Segunda edición con material adicional de J. Gray y F.-E. Dohse. The Mathematical Association of America, 2004
- [Ei] Eisenstein, G.: Mathematische Werke. 2 vols. Nueva York, N. Y.: Chelsea Publ. Comp., 1975
- [EU] Elstrodt, J., Ullrich, P.: A real sheet of complex Riemannian function theory: A recently discovered sketch in Riemann's own hand. Hist. Math. **26**, 268-288 (1999)
- [Ey] Eytelwein, J. A.: Untersuchungen über die Bewegung des Wassers, wenn auf die Contraction, welche beim Durchgang durch verschiedene Öffnungen statt findet und auf den Widerstand, welcher die Bewegung des Wassers längs den Wänden der Behältnisse verzögert, Rücksicht genommen wird. Abh. Kgl. Preuss. Akad. Wiss., math. Kl., 1814/15, pp. 137-178 y 1818/19, pp. 9-18. Traducción francesa por G. Lejeune Dirichlet: Sur le mouvement de l'eau, en ayant égard à la contraction qui a lieu au passage par divers orifices, et à la résistance qui retarde le mouvement le long des parois des vases. Annales des Mines **11**, 417-455 más seis tablas, 458-468 (1825)
- [F] Fischer, H.: Dirichlet's contributions to mathematical probability theory. Hist. Math. **21**, 39-63 (1994)
- [GW] Gardner, J. H., Wilson, R. J.: Thomas Archer Hirst – Mathematician Xtravagant. Amer. Math. Monthly **100**, I. 435-441, II. 531-538, III. 619-625, IV. 723-731, V. 827-834, VI. 907-915 (1993)
- [G.1] Gauss, C. F.: Werke. Zweiter Band. Segunda impresión. Göttingen: Königliche Gesellschaft der Wissenschaften, 1876

- [G.2] Gauss, C. F.: Sechs Beweise des Fundamentaltheorems über quadratische Reste. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften **122**, ed. por E. Netto.) Leipzig: Engelmann, 1901
- [Gr] Grube, F. (ed.): Vorlesungen über die im umgekehrten Verhältniss des Quadrats der Entfernung wirkenden Kräfte von P. G. Lejeune-Dirichlet. Leipzig: Teubner, 1876. 2ª ed., 1887
- [H] Hasse, H.: Über die Klassenzahl abelscher Zahlkörper. Berlín etc.: Springer, 1985
- [He] Hecke, E.: Mathematische Werke. 2ª ed. Göttingen: Vandenhoeck & Ruprecht, 1970
- [H.1] Hensel, S.: Die Familie Mendelssohn 1729 bis 1847. 2 vols. 14ª ed. Berlín: Reimer, 1911
- [H.2] Hensel, S.: Ein Lebensbild aus Deutschlands Lehrjahren. Berlín: B. Behr's Verlag, 1903
- [J.1] Jacobi, C. G. J.: Gesammelte Werke, vol. 6. (K. Weierstrass, ed.) Berlín: Reimer, 1891
- [J.2] Jacobi, C. G. J.: Gesammelte Werke, vol. 7. (K. Weierstrass, ed.) Berlín: Reimer, 1891
- [J.3] Jacobi, C. G. J. (ed.): Extraits de lettres de M. Ch. Hermite à M. Jacobi sur différents objets de la théorie des nombres. J. Reine Angew. Math. **40**, 261-315 (1850)
- [K.1] Koch, H.: J. P. G. Lejeune Dirichlet zu seinem 175. Geburtstag. Mitt. Math. Ges. DDR, H. **2/4**, 153-164 (1981)
- [K.2] Koch, H.: Gustav Peter Lejeune Dirichlet. En: Mathematics in Berlin, ed. por H. G. W. Begehr et al. a nombre de la Berliner Mathematische Gesellschaft. Berlín-Basilea-Boston: Birkhäuser, 1998, pp. 33-39
- [K.3] Koch, H.: Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805-1859). Zum 200. Geburtstag. Mitt. Dtsch. Math.-Verein. **13**, 144-149 (2005)
- [K.4] Koch, H.: Algebraic number theory. Berlín etc.: Springer, 1997 (Publicado originalmente como Number Theory II, Vol. **62** de la Encyclopaedia of Mathematical Sciences, Berlín etc.: Springer, 1992)
- [Koe] Koenigsberger, L.: Carl Gustav Jacob Jacobi. Festschrift zur Feier der hundertsten Wiederkehr seines Geburtstag. Leipzig: Teubner, 1904
- [Kr] Kronecker, L.: Werke, vol. 4 (K. Hensel, ed.) Leipzig y Berlín: Teubner, 1929
- [Ku] Kummer, E. E.: Gedächtnisrede auf Gustav Peter Lejeune-Dirichlet. Abh. Kgl. Akad. Wiss. Berlín 1860, 1-36 (1861); también en [D.2], pp. 311-344 y en Kummer, E. E.: Collected Papers, vol. 2. (A. Weil, ed.) Berlín etc.: Springer, 1975, pp. 721-756. Reimpreso en: Reichardt, H. (ed.): Nachrufe auf

- Berliner Mathematiker des 19. Jahrhunderts. C. G. J. Jacobi, P. G. L. Dirichlet, K. Weierstrass. (Teubner-Archiv zur Mathematik **10**.) Leipzig: Teubner, 1988, pp. 35-71
- [Lac] Lackmann, T.: Das Glück der Mendelssohns. Geschichte einer deutschen Familie. Berlin: Aufbau-Verlag, 2005
- [Lam] Lampe, E.: Dirichlet als Lehrer der Allgemeinen Kriegsschule. Naturwiss. Rundschau **21**, 482-485 (1906)
- [Lan] Landau, E.: Handbuch der Lehre von der Verteilung der Primzahlen. 2 vols. Leipzig: Teubner, 1909. (Reimpreso en un volumen por Chelsea Publ. Comp., Nueva York, 1953)
- [Lo] Lorey, W.: Das Studium der Mathematik an den deutschen Universitäten seit Anfang des 19. Jahrhunderts. Abh. über den math. Unterricht in Deutschland, Bd. 3, H. 9, XII + 428 pp. Leipzig y Berlin: Teubner, 1916
- [Lü] Lützen, J.: Joseph Liouville 1809-1882: Master of pure and applied mathematics. Berlin etc.: Springer, 1990
- [MC] Meyer, C.: Die Berechnung der Klassenzahl Abelscher Körper über quadratischen Zahlkörpern. Berlin: Akademie-Verlag, 1957
- [MG] Meyer, G. F.: Vorlesungen über die Theorie der bestimmten Integrale zwischen reellen Grenzen mit vorzüglicher Berücksichtigung der von P. Gustav Lejeune-Dirichlet im Sommer 1858 gehaltenen Vorträge über bestimmte Integrale. Leipzig: Teubner, 1871
- [Mi] Minkowski, H.: Peter Gustav Lejeune Dirichlet und seine Bedeutung für die heutige Mathematik. Jahresber. Dtsch. Math.-Ver. **14**, 149-163 (1905). También en: Gesammelte Abhandlungen, vol. 2, pp. 447-461. Leipzig: Teubner, 1911; reimpreso en un volumen: Nueva York: Chelsea, 1967
- [Mo] Monna, A. F.: Dirichlet's principle. A mathematical comedy of errors and its influence on the development of analysis. Utrecht: Oosthoek, Scheltema & Holkema, 1975
- [N.1] Narkiewicz, W.: Elementary and analytic theory of algebraic numbers. Varsovia: PWN – Polish Scientific Publishers, 1974
- [N.2] Narkiewicz, W.: The development of prime number theory. Berlin etc.: Springer, 2000
- [O.1] Wilhelm Olbers, sein Leben und seine Werke. Vol. 2: Briefwechsel zwischen Olbers und Gauss, erste Abteilung. (Ed. por C. Schilling.) Berlin: Springer, 1900
- [O.2] Wilhelm Olbers, sein Leben und seine Werke. Vol. 2: Briefwechsel zwischen Olbers und Gauss, zweite Abteilung. (Ed. por C. Schilling e I. Kramer.) Berlin: Springer, 1909

- [P] Pieper, H.: Briefwechsel zwischen Alexander von Humboldt und C. G. Jacob Jacobi. Berlín: Akademie-Verlag, 1987
- [R] Rowe, D. E.: Gauss, Dirichlet, and the law of biquadratic reciprocity. *Math. Intell.* **10**, No. 2, 13-25 (1988)
- [Sa] Sartorius von Waltershausen, W.: Gauss zum Gedächtnis. Leipzig: Hirzel, 1856, reimpresso por Sändig Reprint Verlag, H. R. Wohlwend, Schaan/Liechtenstein, 1981
- [Sch] Scharlau, W. (ed.): Richard Dedekind, 1831/1981. Eine Würdigung zu seinem 150. Geburtstag. Braunschweig-Wiesbaden: Vieweg, 1981
- [Sc.1] Schubring, G.: Die Promotion von P. G. Lejeune-Dirichlet. *Biographische Mitteilungen zum Werdegang Dirichlets. NTM, Schriftenr. Gesch. Naturwiss. Tech. Med.* **21**, 45-65 (1984)
- [Sc.2] Schubring, G.: Die Erinnerungen von Karl Emil Gruhl (1833-1917) an sein Studium der Mathematik und Physik in Berlin (1853-1856). *Jahrb. Überblicke Math., Math. Surv.* **18**, 143-173 (1985)
- [Sc.3] Schubring, G.: The three parts of the Dirichlet Nachlass. *Hist. Math.* **13**, 52-56 (1986)
- [Se] Segurier, J. de: *Formes quadratiques et multiplication complexe*. Berlín: F. L. Dames, 1894 (339 pp.)
- [Sh] Shields, A.: Lejeune Dirichlet and the birth of analytic number theory: 1837-1839. *Math. Intell.* **11**, 7-11 (1989)
- [Si] Siegel, C. L.: *Lectures on advanced analytic number theory*. Bombay: Tata Institute of Fundamental Research, 1961, reeditado 1965
- [Sm] Smith, H. J. S.: *Report on the theory of numbers*. Bronx, Nueva York: Chelsea, 1965. (También en: *Collected papers of Henry John Stephen Smith*, vol. 1, 1894. Reimpreso: Bronx, Nueva York: Chelsea, 1965)
- [St] Sturm, R.: Geschichte der mathematischen Professuren im ersten Jahrhundert der Universität Breslau 1811-1911. *Jahresber. Dtsch. Math.-Ver.* **20**, 314-321 (1911)
- [T] Tannery, M. J. (ed.): *Correspondance entre Liouville et Dirichlet*. *Bull. Sci. Math., 2. Ser.* **32**, 47-62, 88-95 (1908) y **33**, 47-64 (1908/09)
- [Wa] Wangerin, A. (ed.): *Über die Anziehung homogener Ellipsoide*. *Abhandlungen von Laplace (1782), Ivory (1809), Gauss (1813), Chasles (1838) und Dirichlet (1839)*. (Ostwald's Klassiker der exakten Wissenschaften **19**.) Leipzig y Berlín: Engelmann, 1ª ed. 1890, 2ª ed. 1914
- [Web] Weber, H.: *Wilhelm Weber. Eine Lebensskizze*. Breslau: Verlag von E. Trewendt, 1893

[Wei] Weil, A.: Elliptic functions according to Eisenstein and Kronecker. Berlín etc.: Springer, 1976

[Z] Zagier, D.: Zetafunktionen und quadratische Körper. Berlín etc.: Springer, 1981

MATHEMATISCHES INSTITUT, WESTF. WILHELMS-UNIVERSITÄT MÜNSTER, EINSTEINSTR. 62, 48149

MÜNSTER, ALEMANIA

Correo electrónico: **elstrod@math.uni-muenster.de**